

論文審査の結果の要旨

氏名 山崎 雅人

前世紀から引き継がれた理論物理学の最も基本的な問題の一つとして、重力理論と量子力学の融合の問題がある。弦理論はこれを解決する最も有力な候補であると考えられているが、実際すでにブラックホールの持つ熱力学的エントロピーのミクロな量子論的起源の問題に関して、注目すべき結果が得られている。すなわち、1996年、A. Strominger と C. Vafa は、ある種の超対称ブラックホールのエントロピーが弦理論の立場からミクロな状態数の対数として導出できることを示した。その後この解析は他の多くのブラックホールに対しても拡張されることがわかった。これは画期的な成果であるが、これまでの結果は、ブラックホールの持つ電荷や磁荷あるいは角運動量が大い半古典的な場合に有効であり、真に量子的な場合の理解は課題として残っている。これは、プランクスケールにおける量子力学的な時空構造は何かという大きな問題とも関係している。

本論文は、こうした量子重力の基本的問題の解決を視野に入れながら、本質的に類似の問題である4次元の超対称ゲージ理論におけるソリトンの状態数の数え上げの問題を超弦理論の枠組みを用いて解析し、物理的にも数学的にも興味深い新しい結果を得ている。

10次元で定義される超弦理論から4次元の超対称理論を得るひとつの方法として6次元のカラビ・ヤウ多様体にコンパクト化する方法があるが、この多様体がノンコンパクトな場合には重力の自由度が分離して、 $N = 2$ の超対称ゲージ理論が得られることが知られている。この理論では、超対称ブラックホールの状態数の数え上げは、ゲージ理論のソリトンの状態の数え上げに対応する。特に、1/2BPS状態と呼ばれる、超対称性を最大限保った状態の数（正確には「指数」と呼ばれる量）は量子補正を受けないので、結合定数の全領域で厳密な情報を得ることができると期待される。この量の計算は、ゲージ理論のみならず現代数学の重要な問題と密接に関係していてそれ自体興味深い。

本論文は、序論的な第1,2章、主要部分である第3章～第7章、およびまとめと展望を述べた第8章と補遺からなり、主要部分はさらに第1部(3,4章)および第2部(5,6,7章)に分けられている。

第1部では、まず第3章で、カラビ・ヤウ多様体がトーリックと呼ばれるクラスに属する場合が考察され、BPS状態の数え上げの問題が明示的に解けることが示されている。

基本的なアイデアは、数え上げの問題の母関数が、3次元結晶の溶解を記述するある種の統計力学的モデルの分配関数と一致することを示し、後者を解析して厳密な答えを得るというものである。この手法自体は、簡単な場合にはすでに知られていたが、本論文では完全に一般的なトーリックカラビ・ヤウ多様体に対する溶解模型を構成することにより、一般公式を得た点が新しい業績である。この公式は、数学における非可換Donaldson・トーマス不変量と呼ばれる量と正確に一致しており、数学に対する貢献としても重要である。さらに第4章では、この結晶溶解模型の熱力学的極限が、もとのカラビ・ヤウ多様体のミラーと呼ばれる多様体を3次元に射影したものを与えることが示されている。この結果は、古典的な時空がプランクスケールでは結晶溶解模型のような離散的な様相を持つ可能性を示唆しているとも解釈でき、興味深い。

第2部は、第1部の結果を踏まえて、「壁越え現象」の公式の研究が展開されている。壁越え現象とは、カラビ・ヤウ多様体の形状を記述するパラメータをある「壁」を越えて動かすと、BPS状態の縮重度が突然離散的に変化する現象である。この現象について、最近KontsevichとSoibelmanにより、一般的な「壁越え公式」が提唱されたが、本論文では、まずこの公式の物理的解釈を議論し、結晶溶解に関する分配関数が壁越え現象を通じて位相的弦理論の分配関数と関係していることを明らかにした。もう一つの成果は、壁越え公式を用いるとBPS分配関数が美しい無限積の形に書かれるという数学的事実に対して、物理的で簡明な証明を与えたことである。すなわち、超弦理論における問題をもう一次元高いM理論の問題に持ち上げることにより、2サイクルに巻き付いたM2ブレーンで構成される自由な粒子のフォック空間の状態数を勘定する問題に写像し、無限積表示の簡明な導出を与えた。これは、(トーリックとは限らない)一般のカラビ・ヤウ多様体の場合を含めて適用できることから、新しい数学的結果を予言したものになっている。

以上のように、本論文にまとめられている新しい成果は、高度な数学的理論の的確な理解、およびゲージ理論及び超弦理論の深い物理的理解をもとに行われた世界的レベルの研究であり、修業年限特例にふさわしい高いレベルの博士論文であると認められる。なお、本論文の3,4章はH.Ooguri氏との共同研究に、第5章はM.Aganagic, H. Ooguri及びC. Vafa氏との共同研究に、また第7章はK. Nagao氏との共同研究に基づくが、これらの研究は論文提出者が以前から精力的に行っていたブレーンタイリングの研究と自然に繋がっており、問題設定においても技術面においても論文提出者が主体的に拘わり十分な寄与をしていると判断される。よって審査員一同博士(理学)の学位を授与できると認める。