

論文審査の結果の要旨

氏名 西山了允

セルオートマトンは、通常正方格子や立方格子上で定義された、有限個の値のみをとる離散力学系である。格子上で定義されるために、その時間発展パターンは格子の対称性を反映し、非等方的になる。したがって、等方的な、たとえばターゲットパターンと呼ばれる同心円を次々生成する時間発展パターンを生じるような現象をセルオートマトンでモデル化するには、等方性を回復するための手法が必要である。これまで提案された方法は、近傍セルとして多くのセルを利用した複雑なものが多く、実用上、偏微分方程式の数値シミュレーションとあまり変わらない時間がかかっていた。論文提出者は、ムーア近傍またはノイマン近傍のみを近傍系とするセルオートマトン系で、その時間発展パターンが現象の等方性を再現するものを提案し、BZ 反応やバクテリアのコロニー形成に応用しその有効性を示した。論文提出者の提案した手法は、反応の閾値に空間的なランダムネスを導入する方法と、拡散に対応させてランダムウォークを導入する方法の2種類である。

第一の手法として、論文第2章において、BZ 反応のパターンを再現するある等方CA を構成している。モデルは2次元正方格子モデルで、用いた等方化の手法は、BZ 反応を模した時間発展規則において出現するある閾値のパラメータに空間的なランダムネスを付与してやるというものである。導出したCA より得られた時間発展パターンは格子に依存することなく伝播し、等方性を回復することに成功した。

第二の手法は等方的な時間発展パターンを生成するCA のより一般的な構成手法である。第一の等方化の手法は限られた系にのみ適用できるが、この等方CA の構成手法は反応拡散方程式で記述されるすべての系に対して適用可能である。中心的なアイデアは、拡散の効果を粒子のランダム・ウォークとして定式化し、非線形相互作用による時間発展を離散ベクトル場によって表現した点である。この手法では、拡散係数その他のパラメータが自然な形で導入される。論文提出者は、ひとつの例として、この手法をBZ反応に応用し、等方性の実現や時間発展パターンの適切なパラメータ依存性を実現した。

さらに、この第二の手法をバクテリア・コロニーの成長パターンに応用すること

で、*Bacillus subtilis* および *Proteus mirabilis* と呼ばれるバクテリア族が形成するコロニーの成長パターンをCA モデル化し、いくつかの実験結果との検証を試みている。*Bacillus subtilis* を寒天ゲル上で培養すると、培地の硬さと寒天の栄養濃度に応じてモルフォロジー・ダイアグラムと呼ばれる多様なパターン・ダイアグラムを形成することが知られている。このモルフォロジー・ダイアグラムはを単一のCAモデルで説明した例はなかったが、論文提出者は、ランダムウォークを取り入れた構成法によって、

すべてのパターンを等方的に再現する CA モデルを構成した。また、中央大学のグループによる *Bacillus subtilis* に対するより詳細な複数の実験が行われているが、この構成した CA を用いて詳細な実験結果の再現も試みた。その結果、コロニーの切除や時間遅れの実験などすべての実験がこのモデルにより非常によく再現できることを示した。これはこの考案した一般的手法の有効性を示すものである。

論文提出者の新たに提案した構成法により、従来は複雑な偏微分方程式を数値的に解いて解析を行わなければならなかった系を CA により簡易に高速に解析することが可能となり様々な数値解析への応用が期待できる。よって、論文提出者西山了允は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。