

論文審査の結果の要旨

氏名 二木昌宏

論文提出者は、有向深谷圏に対する Seidel の懸垂定理の拡張に関する研究を行った。

有向深谷圏は、ホモロジー的ミラー対称性を記述する概念として導入された。シンプレクティック Lefschetz ファイブレーションが与えられたとき、ひとつの一般ファイバーの中で、特定の道を選んで各特異ファイバーに対応する消滅サイクルたちは、Lagrange 球面の有限族をなす。これらから作られる深谷圏のある部分圏として有向深谷圏が定義され、その導来圏は、与えられた Lefschetz ファイブレーションの不変量となることが Seidel によって確立された。Seidel の一般論を駆使すると、懸垂をとる操作に関して有向深谷圏の導来圏がどう振舞うかを記述することができる。ただし、一般論に訴える際に、標数 2 の情報は失われる。

二木氏は研究の出発点として、懸垂操作による振る舞いが、導来圏をとる前の代表元を適切に選ぶことによって、直接的な記述を許すことを見出した。この記述の拡張として、懸垂の拡張操作による類似の記述を見出したのが当論文の主結果である。特に、標数 2 の情報も含めて当論文の方法によって得ることができる。

主定理は「単項式 u^d の特定の摂動 f^δ に対して $\text{Fuk}(W + f^\delta) \cong \text{Fuk}W \otimes \mathcal{A}_{d-1}$ が成立する」というものであり、左辺が懸垂の拡張操作である。

先行研究としては、Seidel の一般論のほかに、Auroux-Katzarkov-Orlov による予想がある。これは「積の有向深谷圏は、導来圏を取ったあとでは有向深谷圏のテンソルと同値になる」という予想であるが、その予想には有向深谷圏のテンソルの適切な定義の提出可能性をも含まれていた。二木氏の結果は、この予想を特別な場合に示したものとみなせる。とくに、この特別な場合に二木氏は有向深谷圏のテンソルの適切な定義を提示した。

二木氏の論文では、ホモロジー代数的な定式化とともに、概正則曲線の近似解の摂動によって真の解を見出す解析が議論の中心となっている。後者の解析は概正則曲線の定義域と境界条件の形状が不均一に変形する族を扱う必要があり、一般論には載らない。有向深谷圏の高次積も含めて具体的表示がなされた例として貴重であると考えられる。

よって、論文提出者 二木昌宏 は、博士（数理学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。