論文審査の結果の要旨

氏　名　岩　尾　慎　介

本論文は，周期箱玉系と呼ばれるセルオートマトンの初期値問題を，トロピカル曲線（Max,+代数上の代数曲線，平面グラフ）の理論を用いて厳密に解いたものである．周期境界条件を課した戸田方程式などの周期可積分系では，その一般解は保存量によって定まるスペクトル曲線上のアーベル積分の理論を用いて解けることが知られている．（原理的に解けるのであって実際の計算はたいへん困難．）具体的にはアーベル写像によって，周期可積分系をヤコビ多様体上で線形化して解いている．一方，トロピカル曲線上にもトロピカルアーベル積分と呼ばれる線形形式（グラフを構成するラインの重み付きの内積）が存在し，アーベル積分の対応物と考えられていたが，代数曲線上のアーベル積分との対応関係はわかっていなかった．

論文提出者は，（１）代数曲線とその上のアーベル積分を１パラメータのピュイズイ級数体上で定義し，その超離散極限によって得られるトロピカル曲線を考えると，もとのアーベル積分がこのトロピカル曲線のトロピカルアーベル積分に一致することを証明した．特に周期行列に関して，具体的な次の定理を証明した．

定理：C_ε をパラメータ ε を持つ代数曲線族とする．TropC を C_ε に対応するトロピカル曲線とする．C_ε がある genericness condition を満たすとき，B_ε ：C_ε の周期行列，B_T ：TropC のトロピカル周期行列とおくと，$B_\varepsilon \square \frac{1}{2\pi\varepsilon\sqrt{-1}} B_T$ が成立する．

これは，可積分系への応用上重要であるばかりでなく，トロピカル曲線論においても重要な結果である．

論文提出者は，次に（２）アーベル写像を利用した逆散乱法を用いて超離散極限をとる前の離散可積分系の初期値問題を解き，(1)の結果を援用して，周期箱玉系の初期値問題を一般解法を示した．この手法は，具体的に（足し算と Max だけで）解くことができ，これまで原理的に可能とされていた逆散乱法による解法に，より具体的な構成方法を与えたものである．

具体的には，与えられた初期値から簡約離散 KP 方程式の解を構成する以下の結果を得ている．簡約離散 KP 方程式は Lax 行列による表現を持つ．このとき，標準的な方法で，スペクトル曲線と呼ばれる，初期値のみによって定まる代数曲線を構成できる．

同じスペクトル曲線 C を与えるような初期値全体の集合を等位集合と呼ぶと，簡約離散 KP 方程式の時間発展は，等位集合 T から自分自身への全単射と解釈できる．スペクトル曲線 C の Picard 群を Pic$C$ と書く．固有ベクトル写像と呼ばれる単射 $T \to \mathrm{Pic}C$ が存在して，「T 上の時間発展は，Pic$C$ 内では定ベクトルによる平行移動である．」である

ことがわかっている．論文提出者はこの事実を利用して，簡約離散 KP 方程式の解を構成し，その結果として解を，テータ関数を用いて具体的に表した．この結果をもとに，周期箱玉系の初期値問題の一般解を構成した．

手順は以下の通り：

i）箱玉系の初期値を適当な付値をもちいてピュイズイ級数収束体 K 上に持ちあげる．

ii）持ちあげられた初期値に対し，K 上で，簡約離散 KP 方程式の初期値問題を解く．iii）得られた解を超離散化する．この際，テータ関数の超離散極限の計算に(1)の結果を用いる．

結論として得られる解は，超離散テータ関数を用いて表示されるが，これは形式的に離散 KP 方程式の解の積の演算を加算に取り替えた形であることが示された．

このように，論文提出者は超離散可積分系理論のみではなく，トロピカル曲線論にも重要な寄与を与えている．よって，論文提出者岩尾慎介は，博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める．