

氏名 久野 雄介

リーマン面のモジュライ空間および写像類群の幾何学的研究は現在岐路に差し掛かっており、一般理論と具体例のせめぎあう場所でのより深い研究が必要となりつつある。W. Meyer が発見した符号数コサイクルは、一般理論の出発点に位置すると言える。符号数コサイクルはリーマン面の族を特定したとき、つまり、ある群に引き戻したときに、コバウンダリになることがあり、コバウンドする函数はマイヤー函数と呼ばれる。とくに種数 1 および 2 の場合には符号数コサイクルはコバウンダリとなることが Meyer 自身によって示されており、種数 1 のマイヤー函数は Meyer 自身や M. Atiyah らによって明らかにされたように数論や数理論とも深く関係する。このようにマイヤー函数は一般理論と具体例の相互作用するより深い研究への手がかりとなっている。本論文および参考論文は、そのような深い研究の独創的かつ斬新な一例を与えたと言える。

マイヤー函数が存在するリーマン面の族に対してはファイバー構造をもつ 4 次元多様体の符号数が特異ファイバーに局所化する。なお、マイヤー函数を用いた局所符号数の定式化は松本幸夫にはじまる。特異ファイバーの局所符号数を計算することは実 4 次元多様体および代数曲面の研究において基本的な問題である。generic なリーマン面の族にマイヤー函数を構成する研究については足利正、今野一宏および吉川謙一の代数幾何学的または複素幾何学的アプローチはあったが、久野の研究以前には、位相的には種数 3 非超楕円の曲線（平面 4 次曲線）に限っても手がつけられていなかった。久野の研究以前でのマイヤー函数への位相的なアプローチは（generic ではない）超楕円の写像類群の遠藤久顕および森藤孝之による研究や球面上の分岐被覆の写像類群についての古田幹雄の結果などにとどまる。種数 3 の非超楕円の曲線についてマイヤー函数を位相幾何学的に構成することが、当時の課題であった。

論文提出者 久野雄介 は、まず第一参考論文において、平面曲線の写像類群というものを定義し、そこへの符号数コサイクルの引き戻しがコバウンダリとなることを証明した。その証明は、符号数コサイクルの定義に立返ることで純粋に位相的にマイヤー函数を構成するという斬新かつ簡明なものである。さらに、 $I$  型特異ファイバーの符号数を位相的に計算した。くわえて、曲線の次数が 4 のとき、つまり種数 3 の非超楕円の曲線の場合に、典型的な特異ファイバーの局所符号数を計算した。ただし、 $I$  型特異ファイバー以外の特異ファイバーの具体的な計算においては代数幾何学の手法が用いられる。

本論文は、第一参考論文の着想を推し進め、より広いクラスのリーマン面の族に拡張したものである。複素射影空間に埋め込まれた余次元  $n$  の非特異部分多様体  $X$  と  $n+1$  次元射影部分空間との交叉は代数曲線であるから、すべての部分空間を走らせることによってグラスマン多様体の上に代数曲線の族が得られる。 $U^X$  をその代数曲線が非特異である射影部分空間のなすグラスマン多様体の開集合とする。久野は本論文において、 $U^X$  の基本群への符号数コサイクルの引き戻しがコバウンダリであることを純粋に位相的に証明した。その際、K. Lamotke のレフシェッツ・ペンシルの理論の一般化が必要になる。また  $I$  型特異ファイバーの局所符号数を位相的に決定した。副産物として広いクラスの  $X$  について  $U^X$  の基本群が amenable でないことが示される。

本論文は第一参考論文の大幅な拡張となっているが、実質的な進歩を含んでいる。いずれも generic な条件である階数 4 という性質をもつ種数 4 リーマン面の族と、非三角的種数 5 リーマン面の族についてのマイヤー函数の存在が位相的に証明されたことになる。くわえて本論文は種数 4 の典型的な特異ファイバーについて局所符号数を計算した。ここでも具体的な計

算においては代数幾何学の手法が用いられる。いずれにせよ久野の研究以前には予想すら出来なかった大きな進歩が、リーマン面のモジュライ空間および写像類群の位相幾何学的研究に齎されたことになる。

論文提出者 久野雄介 は三つの参考論文を提出している。第一参考論文については既に述べた。第二参考論文は、複素解析的に与えられた写像類群のねじれ係数コサイクルである Earle のコサイクルの組合せ群論的計算公式を与えたものである。複素解析と組合せ群論を直接つなぐ興味深い結果である。第三参考論文は射影直線上のある平面 4 次曲線の族の大域的モノドロミーを、膨大な計算のもとで具体的に決定したものである。

以上のように本論文および第一参考論文は、一般理論と具体例の相互作用する深い研究であり、論文提出者の研究以前には予想すらできなかった大きな進歩をリーマン面のモジュライ空間および写像類群の位相幾何学的研究に齎した。他の参考論文も今後の当該分野の研究に多大の示唆を与えるものである。これらの論文の数理科学の発展に寄与するところは大きい。

よって、論文提出者 久野雄介 は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。