論文審査の結果の要旨

氏　名　津　嶋　貴　弘

本論文では、ヤコビ和が定める量指標の分岐成分の決定の、簡明な新証明を与えている。ヤコビ和は、ベータ関数の有限体上の類似である。ベータ関数が、フェルマー曲線の周期積分と結びついているように、ヤコビ和は、有限体上のフェルマー曲線の有理点の個数と結びついている。

Weil はこのことを用いて、ヤコビ和が代数的量指標を定めることを示し、この量指標の数論幾何的意味を明らかにした。その際、Weil はこの量指標の導手の評価を与えたが、その決定は問題として残した。

Coleman と McCullum は、リジッド幾何を用いて、フェルマー曲線の商の安定モデルを計算した。さらに彼らは、この安定モデルを用いて、ヤコビ和の量指標の局所成分を具体的に表示し、導手の計算も与えた。

本論文では、この局所成分の表示の、リジッド幾何を用いない、簡明な新証明を与えている。Coleman と McCullum の結果により、局所成分はすでに求められているので、この指標の逆をテンソルすることにより、分岐をうち消すことができる。したがって、このようにして得られる消失輪体が不分岐であること、そしてそこへの Frobenius の作用を決定することにより、新証明が得られる。

Coleman と McCullum の原証明ではフェルマー曲線の商として得られる射影直線の Kummer 被覆を扱うのに対し、新証明では、この Kummer 被覆が定める、射影直線上の階数１の層を扱う。これが、簡易化を可能にしている１つの理由である。

消失輪体の計算は、次のように行う。まず、ヤコビ和の量指標は、$\mathbf{P}^1$ 上の３点 0,1, ∞で分岐する Kummer 被覆が定める階数１のℓ進層のコホモロジーへの Galois 表現として得られることに注意する。この層の分岐を調べることにより、消失輪体は、その法 p 還元の１点に集中していることがわかる。

さらに、この点をブローアップしていくと、Artin-Schreier 層が現れる。Grothendieck-Ogg-Shafarevich 公式を使って計算すると、この層の H^1 は１次元である。このことより、消失輪体への Galois 作用は不分岐であることがしたがう。さらに Grothendieck の跡公式より、この H^1 への Frobenius 作用の固有値は Gauss 和であることもしたがう。

このように、基礎体上の指標による積とブローアップを組み合わせることで分岐を消す方法は、Abbes-斎藤により分岐理論に導入された新しい手法である。これを、フェルマー曲線の退化という数論的な状況に適用することで、ヤコビ和の代数的量指標という古典的な対象に対し、局所成分の計算の新証明という注目すべき応用が得られている。

この方法の、モジュラー曲線などのほかの数論幾何的対象への応用を探ることは、興味深い問題である。

本論文における新証明は、従来のリジッド幾何を用いるものと比べて著しく簡明なものであり、高く評価できるものである。よって、論文提出者津嶋貴弘は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。