論文審査の結果の要旨

氏　名　服　部　広　大

Berger は１９５０年代に対称空間でない単連結既約リーマン多様体のホロノミー群を７種類に分類した．ハイパーケーラー多様体はその中の１つのクラスで，特にリッチ平坦となる．代表的な例として，K3 曲面上の Calabi-Yau 計量，２次元複素ベクトル空間の位数 k+1 の巡回群の作用による商空間の最小特異点解消の空間上の完備なハイパーケーラー計量などが知られているが，後者は A_k 型ハイパーケーラー多様体と呼ばれている．また，k をある意味で無限大にした A_∞ 型ハイパーケーラー多様体という４次元完備ハイパーケーラー多様体が Anderson-Kronheimer-LeBrun により構成されている．この空間は，2 次ベッチ数が無限大となる等の位相的性質はよく知られているが，微分幾何的性質はほとんど何も知られていなかった．

服部広大氏は，提出論文において，A_∞ 型ハイパーケーラー多様体の微分幾何的性質を研究した．A_∞ 型ハイパーケーラー多様体は無限個の変形のパラメーターを持つが，服部氏はその周期を決定した．また，A_∞ 型ハイパーケーラー計量を A_k 型ハイパーケーラー計量のある極限として記述した．以上は，A_∞ 型と A_k 型の類似の性質であるが，論文の主結果は，以下のように A_k 型とは異なる A_∞ 型特有の性質を発見したことである．そのために，服部氏は A_∞ 型ハイパーケーラー多様体の体積の増大度を研究した．n 次元ユークリッド空間の半径 r の球の体積は r^n に比例することは周知の通りであるが，Taub-NUT 計量という完備４次元ハイパーケーラー計量で，半径 r の球の体積が r を大きくしたとき漸近的に r^3 に比例するものが知られている．また，4 次元で r^2 あるいは r といった体積の増大度を持つリッチ平坦多様体，さらに高次元での同種の例を構成する試みがさかんに研究されている．A_k 型ハイパーケーラー多様体は r^4 の体積の増大度を持つことが知られている．服部氏は，A_∞ 型ハイパーケーラー多様体の体積の増大度を，すべての変形のパラメーターに対して決定した．その系として，$3<a<4$ をみたす任意の実数 a に対して，変形のパラメーターをうまく選んで体積の増大度が r^a となるようにできることがわかった．これは，整数でない実数 a に対して体積の増大度が r^a となる完備リッチ平坦多様体の初めての例と思われ，大変興味深いものである．また，証明方法であるが，体積の増大度の上からの評価は計量の構成方法から比較的容易にわかるが，下からの評価は困難が伴う．服部氏の結果には，先行する類似の結果が存在しないことからも推測されるように，この困難さを克服するための既存の手法は存在しない．服部氏は，その困難を生じさせる原因を見抜き，それを巧妙に回避することにより，体積の増大度の下からの評価を与えている．服部氏の仕事はこれらの独創的な点において高く評価される．

服部氏は修士課程から，特殊ホロノミー群に関する研究を続けている．服部氏の最初の仕事は，ホロノミー群の定める幾何構造の変形理論に関する研究であった．従来，これらの変形理論はそれぞれのホロノミー群ごとに研究されていたが，後藤竜司氏は Hitchin のアイディアを深化させて幾何構造の変形複体を新たに導入し，これらを統一的に研究する枠組みを提唱した．後藤氏の仕事に触発されて，服部氏は修士論文において，後藤氏の複

体とは異なる幾何構造の変形複体を新たに導入して，ホロノミー群の定める幾何構造の変形理論の統一的な枠組みの基礎を強固なものとした．さらに博士課程進学後に，その結果の応用として，四元数ケーラー計量の剛性のリーマン幾何的な証明を与えた．四元数ケーラー多様体は特殊ホロノミー群を持つ多様体のひとつのクラスであるが，その計量が変形できないこと，すなわち剛性を持つことが知られている．この剛性は，ツイスター理論，すなわち代数幾何的手法を用いて間接的に証明されていた．けれども，この剛性自身は，純粋にリーマン幾何的な性質なので，リーマン幾何による直接的な証明が望まれていた．服部氏の仕事はこの問題を解決した．この内容は参考論文として提出されたものである．

このように服部氏の特殊ホロノミーを持つ多様体に関する一連の研究は，きわめて学術的価値の高いものと考えられる．よって，論文提出者 服部広大 は，博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．