論文審査の結果の要旨

氏 名　　松 尾 信 一 郎

論文提出者は、１変数函数論における Runge の近似定理と平行する命題を４次元多様体上のインスタントンについて確立した。

２次元多様体上の非線形 Caucy-Riemann 方程式と４次元空間上の反自己双対方程式は平行する性質が知られている。両者とも通常の定式化では底空間は閉多様体と仮定される。一方、非コンパクト多様体上の非線形 Cauch-Riemann 方程式、あるいは反自己双対方程式は、無限次元空間の力学系と近い性質を持つことが通念として想定され興味深いが系統的研究はほとんどなされていない。非コンパクト多様体上であってもエネルギーが有界であれば、閉多様体上の理論とほぼ平行して扱うことができ、閉多様体上のインスタントンのモジュライについては、次元の計算など定量的扱いの方法が確立されており、それに準じた考察が可能である。

松尾氏は、エネルギーが有界ではない解、すなわち非コンパクト多様体特有のインスタントンを研究した。そうしたインスタントンの考察においては、閉多様体の上のインスタントンとの比較可能性は不明である。松尾氏は、このような対象においても比較を可能にする手段として、古典的な Runge の近似定理に注目した。非コンパクト多様体を閉多様体に開部分集合として埋め込むことが可能である場合に、その閉多様体上のインスタントンと比較するのが基本的なアイディアである。

主定理は次の通りである。「４次元有向閉 Riemann 多様体 X の上の開部分集合 U、U のコンパクト部分集合 K、および U 上の $SU(2)$ インスタントン A に対して、A を C^∞ の意味でいくらでもよく K 上で近似する X 上の $SU(2)$ インスタントンが存在する」

先行研究として Donaldson によって示された４次元標準球面に対する同様の命題がある。松尾氏は、Donaldson にしたがって Taubes による一様評価を利用する。

松尾氏の貢献は、近似解から真のインスタントンを構成するための障害が存在する一般の４次元 Riemann 多様体の場合に、その障害を扱うための枠組みを与えたことである。特に、障害を打ち消すためにインスタントン数の高いバンドルの上に、複数の点でねじれた接続の族を構成する手法は、著しい。

松尾氏の主定理および、主定理を示すための道具立ては、開多様体上のゲージ理論において、インスタントン数を固定せず考察する一方法の出発点と評価される。実際、本論分の方法および手法は、参考論文として提出された塚本真輝氏との共同研究において利用され、$S^3 \times \mathbf{R}$ の無限エネルギーインスタントンの空間の平均次元の評価に用いられた。松尾氏の方法は、インスタントンの連続族の列であって、パラメータ空間の次元がある増大度を示すものの構成を可能とし、これが平均次元の評価のために本質的であった。

よって、論文提出者 松尾信一郎 は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。