

論文審査の結果の要旨

阿部知行

正標数の体上の多様体上のエタール層にたいしそのオイラー数を計算することは数論幾何の重要な問題として活発な研究がなされている。曲線の場合には、Grothendieck-Ogg-Shafarevich の公式により、Swan 導手とよばれるエタール層の分岐を統制する局所的な不変量を用いて問題となっているエタール層のオイラー数を計算することができる。これを高次元化することが重要な問題となっている。これまでに、Deligne, Laumon, Bloch, 加藤和也, 等による研究があったが、近年に加藤和也と斎藤毅により大きな進展がもたらされた。彼等は高次元の多様体上のエタール層にたいしその Swan 導手を 0 次元代数的サイクルとして定義し、それを用いて G-O-S 公式の高次元版を示すことに成功した。しかし彼等は重要な問題を残した。彼等の定義した Swan 導手は係数が有理数のサイクルとして定義されているのだが、実際には係数は整数になるであろうと予想されるのである。この予想の 1 次元の場合は古典的な Hasse-Arf の定理にあたるもので重要である。阿部氏はこの予想を正標数の体上の特異点の解消を仮定して解決することに成功したのである。しかし彼の業績の核心部分は、特異点の解消に依存しないものなのでこれを説明する。阿部氏は、加藤-斎藤の方法とは全く異なる数論的 D 加群の理論を用いた Swan 導手の定義を与えることにより上述の問題を解くという、極めて独創的で斬新な発想によりアプローチしたのである。数論的 D 加群の理論は、正標数の体上の多様体にたいする D 加群の理論で、近年 Berthelot により開発されつつあるものである。その構成は標数 0 の場合よりはるかに難解で、まず多様体をそれが定義されている体を剰余体とする完備離散付値環上の形式的スキームに持ち上げ、その上の無限階数を許した微分作用素環を適当な位相について完備化して定義される。阿部氏は数論的 D 加群にたいし、その特性多様体を用いて Swan 導手を定義した。さらにそれを計算するための道具として、相対的な柏原-Dubson の公式の数論的 D 加群での類似公式を証明した。最後に自分が定義した D 加群の Swan 導手と加藤-斎藤の Swan 導手を幾何学的に交点理論を用いて比較したのである。この最後の段階で正標数の体上の特異点の解消が必要となる。数論的 D 加群の理論にはいまだ未整備な部分も多く残されていて、阿部氏は、数論的 D 加群を上述の問題へ応用するためにいくつかの技術的な問題を独力で克服している。この点においても阿部氏の業績は高く評価される。

以上により、論文提出者阿部知行は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。