

## 審査の結果の要旨

氏 名 谷 口 隆 晴

理工学分野に現れる問題の多くは、適切なモデル化を通じて偏微分方程式を解く問題へと定式化される。しかし、偏微分方程式の厳密解が分かることは極めて稀であり、そのため、種々の数値解法が開発されてきた。とくに、差分法は、その簡単さと汎用性ゆえ、実際の場面でも多く使われてきた。この差分法に対して、本論文は「発展型偏微分方程式に対する差分法の基礎研究」と題し、波動シミュレーションにおける無反射境界条件、および、離散変分法の拡張について詳細に論じている。波動シミュレーションにおける無反射境界条件とは、無限領域中で差分法を用いて波動シミュレーションを行う際、計算領域の打ち切りが必要となるが、その打ち切り断面において必要となる境界条件をいう。反射がない状況が理想的であるため、その名がある。一方、離散変分法は、変分構造に由来する、エネルギーの保存的性質や散逸的性質をもつ偏微分方程式に対し、その性質を離散化後にも再現する差分スキームを導出するための方法である。

本論文の構成は、第1章「はじめに」、第I部「波動シミュレーションにおける無反射境界条件」（第2章から第6章）、第II部「離散変分法の拡張」（第7章から第10章）、第11章「おわりに」から成る。

第1章「はじめに」では、差分法の歴史を概観し、本論文の内容の要約を与えている。

第2章「波動シミュレーションにおける無反射境界条件と研究の背景」では、波動シミュレーションにおける無反射境界条件、とくに、本論文で扱う特性曲線法に基づく無反射境界条件、すなわち、非粘性圧縮1次元流れに対するHedstromの無反射境界条件、そのThompsonによる多次元拡張等について述べている。

第3章「 $C^2$ 級の解に対するHedstromの無反射境界条件の有効性」では、Hedstromの境界条件を解析し、従来知られていた、解が単純波の場合に対する無反射性保証定理を、解が単純波でない場合（ただし $C^2$ 級の場合）に証明している。これは、数値実験において知られていた「Hedstromの無反射境界条件は単純波でない解に対しても有効である」という事実を説明するものである。

第4章「非粘性圧縮性流体の等エントロピー流れにおけるある人工的境界条件について」では、非粘性圧縮性流体の等エントロピー流れについて、方程式をRiemann不変量を用いて書き換え、無反射境界条件を導出し、解の安定性評価を与えている。さらに、この境界条件がThompsonの多次元の場合の無反射境界条件と等価であることを示している。この結果は、いささか強引な直観的方法との批判のあったThompsonの無反射境界条件に対して、素直な別導出を与えると同時に、その安定性評価を与えるものである。

第5章「準線形双曲型偏微分方程式系に対する真に多次元的な無反射条件」では、1次元流れに対するHedstromの無反射境界条件を多次元に拡張した境界条件を提案している。多次元化の意味ではThompsonによる境界条件があるが、流れが境界に対して垂直に入射する場合に対するものであり、真に多次元的とは言えない。これに対し、提案手法は、様々な方向からの流れに適合的な手法であり、その意味で真に多次元的な拡張である。

第6章「不適切問題の差分近似解」では、無反射境界条件を考えるとときに解くべき問題が不適切問題となる現象に着目し、その場合に対する差分法の振舞いを理解するために、最も単純な線形波動方程式の不適切問題を考え、差分法を適用したときの解について詳細に解析している。

第7章「離散変分法と拡張のアイデア」では、離散変分法を概観するとともに、離散変分法が、差分作用素に対する随伴作用素を考えることによって、統一的に扱えることを明らかにし、その拡張のアイデアを説明している。

第8章「離散変分法の非一様格子への拡張」では、従来、均一格子上の差分スキームを与えるものであった離散変分法を、座標変換を利用して不均一格子上の差分スキームも与えるように拡張している。ただし、変換を利用しているため、均一格子を変換した形の格子に限定される。

第9章「非線形Schroedinger方程式に対する混合メッシュ上のエネルギー保存スキーム」では、非線形Schroedinger方程式の場合に、様々な多角形が混ざった混合メッシュを扱うことができるように、離散変分法を拡張している。この拡張は、所謂ミメティックスキームを用いるものであり、かなり複雑な手続きを要するが、非線形Schroedinger方程式以外にも拡張は可能である。

第10章「Ostrovsky方程式に対する保存スキーム」では、解の積分に依存した項をもつ方程式への離散変分法の拡張を、Ostrovsky方程式を例として与えている。

第11章「おわりに」では、本論文の内容を総括するとともに、今後の課題を整理している。

以上を総合するに、本論文は、波動シミュレーションにおける無反射境界条件、および、離散変分法の拡張について詳細に論じたもので、数理情報学、特に数値解析学の分野の発展に大きく寄与するものである。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。