

論文審査の結果の要旨

氏名 深澤正彰

論文提出者深澤正彰は、確率ボラティリティに関係する混合正規型極限定理および漸近展開に関する新しい結果を与えた。

確率ボラティリティは、ファイナンスにおける資産価格過程のモデリングにおいて頻繁に用いられ、これにより、Black-Scholes モデルなどの基礎モデルを拡張し、より表現力豊かな確率過程を構成することが可能となる。その有用性に反して、尤度、オプション価格、ヘッジ戦略などの陽表現ができず、理論的な取り扱いだけでなく、計算上も困難が生じる。本論文は統計学における漸近的方法に基づき、確率ボラティリティに由来する問題に対して厳密な解析を行っており、それは確率統計学とファイナンスの境界分野での新しい試みである。解析を実行するために、新しい極限定理を与えており、純粋に確率統計学的観点からも価値あるものである。

セミマルチンゲールに対して、停止時の増大列に沿った二次変動を考える。これは統計学的には、セミマルチンゲールを、一般にそのパスの履歴によって定まるランダムな時刻において、時間離散的に観測し、セミマルチンゲールのブラケット（二次変動過程）を推定する問題に対応している。その推定量の誤差分布が第一の課題であり、この問題は、よく扱われる等間隔独立サンプリングの場合にくらべ遥かに難しい問題となる。近年、様々な強可予測性の概念が導入され、そのもとで混合型中心極限定理が証明されるようになって来たが、本論文ではヒッピングタイムを含むより一般的なサンプリングスキームに適用可能な極限定理と安定的収束が示されている。確率過程の増分のエネルギーおよび条件付きの高次モーメントの局所的な条件で結果が与えられており、ヒッピングタイムにも便利な定式化がなされている。同様の方法により、確率微分方程式の離散近似に伴う誤差に対する極限定理を証明し、その応用として、オイラー・丸山近似よりも漸近的に誤差分散を小さくする離散化のスキームを構成しており、応用上も興味深い結果である。

論文後半は確率ボラティリティモデルにおける非正則汎関数の期待値の近似を、特異摂動のもとで示している。これは、Fouque, Papanicolaou, Sircar による高速平均回帰 (fast mean reverting) モデルを拡張するものであるが、ここでの解析は確率統計学的で厳密なものである。応用として非線形モデルに対してボラティリティ・スキューが漸近展開によって捉えられている。主要結果の証明には、深澤が修士論文として発表した (Probab. Theory Related Fields, 2008) regenerative functional の方法による拡散過程の加法的汎関数に対する Edgeworth 展開が使われている。この方法は漸近展開の際に必要なミキシング係

数の減衰指数を低減するとされ、緩い条件の下で証明するために長い手続きが取られている。最終章では、マルチンゲール漸近展開の方法によってこの問題が解決されている。過去の多くの結果が統一的に導かれ、ジャンプや強従属性が存在する場合にも適用され、その手法の普遍性により更なる一般化の可能性も示唆している。

2次変動過程に対する新しい極限定理を与え、さらに、確率統計学の漸近的方法により、確率ポラティリティの問題に独自の視点を与えた本論文の意義は大きなものである。よって、論文提出者 深澤正彰 は、博士（数理学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。