

論文の内容の要旨

論文題目

On the moduli spaces of finite flat models of Galois representations
(Galois 表現の有限平坦モデルのモジュライ空間について)

氏名 今井 直毅

この論文では、2次元局所 Galois 表現の有限平坦モデルのモジュライ空間について調べる。論文は四つの節から成り、第一節で有限平坦モデルのモジュライ空間について説明した後、おおまかに言って、第二節で連結成分を、第三節で次元を、第四節で有理点の数を調べている。

論文の内容について述べるために、まず有限平坦モデルのモジュライ空間について説明する。 p を 2 でない素数とし、 K を p 進体、 \mathbb{F} を標数 p の有限体とする。絶対 Galois 群 G_K の \mathbb{F} 上の連続 2 次元表現 $V_{\mathbb{F}}$ を考える。 $V_{\mathbb{F}}$ の有限平坦モデルとは、 \mathbb{F} の作用付きの \mathcal{O}_K 上の有限平坦群スキーム \mathcal{G} と、 G_K と \mathbb{F} の作用と可換な同型 $V_{\mathbb{F}} \xrightarrow{\sim} \mathcal{G}(\bar{K})$ の組のことである。このとき、次の性質をみたすような、 \mathbb{F} 上射影的なスキーム $\mathcal{GR}_{V_{\mathbb{F}},0}$ が存在する。

\mathbb{F} の任意の有限次拡大体 \mathbb{F}' に対して、 $V_{\mathbb{F}'} = V_{\mathbb{F}} \otimes_{\mathbb{F}} \mathbb{F}'$ の有限平坦モデル全体と $\mathcal{GR}_{V_{\mathbb{F}},0}$ の \mathbb{F}' 有理点全体の間には自然な一対一対応がある。

このスキーム $\mathcal{GR}_{V_{\mathbb{F}},0}$ を $V_{\mathbb{F}}$ の有限平坦モデルのモジュライ空間という。

次に論文の内容について説明する。まず第一節では、有限平坦モデルのモジュライ空間の性質を説明し、そのモジュライ空間と変形環の関係について述べた。第二節では、 $\mathcal{GR}_{V_{\mathbb{F}},0}$ のうち p 進 Hodge 型が全て 1 で non-ordinary であるという条件で定まる部分スキームが一つの連結成分であるという Kisin 予想を証明した。その応用として、ある変形環と Hecke 環を比較する R=T 型の定理が導かれる。第三節では、 $\mathcal{GR}_{V_{\mathbb{F}},0}$ のゼータ関数の形を決定し、 K を固定し $V_{\mathbb{F}}$ を動かした時の $\mathcal{GR}_{V_{\mathbb{F}},0}$ の次元の範囲を、 K の絶対分岐指数を用いて決定した。これは、 K の絶対分岐指数が $p-1$ より小さいならば有限平坦モデルは高々一つであるという Raynaud の定理の 2 次元表現に対するある種の一般化を与えている。第四節では、 $V_{\mathbb{F}}$ が自明表現の場合に $\mathcal{GR}_{V_{\mathbb{F}},0}$ のゼータ関数を具体的に計算することによって、階数 2 の定数群スキームに対して \mathcal{O}_K 上のモデルの個数を絶対分岐指数 e を用いて表した。ただし技術的な制約から、第三節では K が \mathbb{Q}_p 上完全分岐であると仮定している。