別紙２

論文審査の結果の要旨

論文提出者氏名　西山大輔

西山大輔氏の学位論文では，数理物理学の一つの分野である位相的場の理論関して、いくつかの新しい知見を与えている。位相的場の理論とは、ボゾンの自由度とフェルミオンの自由度を完全に相殺させることにより、場の理論が定義されている空間のトポロジカルな情報のみを引き出す手法であり、80 年代後半より Witten らを中心に活発に研究されている。最近 Frenkel らにより、自由度の相殺が完全には起こらないような変形自由度の研究が始まり、BPS 状態セクター以外の相関関数へ応用された。西山氏の研究は、Frenkel らの研究について２つの新たな拡張を加えている。一つは反復積分を用いた新しい位相不変量の提案であり，もう一つはインスタントン補正の摂動論を独自の方法を用いて具体的に計算したものである。

論文は 7 章により構成され、第 1 章は研究の背景や動機の説明、第 2 章と第 3 章では位相的な場の理論とこの論文で研究されている超対称量子力学の一般的な性質についてのレビューがなされている。第 4 章と第 5 章で第一の結果である反復積分を用いた位相不変量の提案がなされており、第 6 章で第二の結果である摂動の具体的な計算が説明されている。第 7 章では論文のまとめが行われている。

この論文では位相的な情報を、モース理論と呼ばれる幾何学的な手法を用いて考察している。モース理論では多様体上で定義された関数の極値に対応する特異点を用いて、多様体上に特異点から特異点までの道（勾配曲線）を定義し、その情報を用いて多様体の幾何学的な情報を引き出す。このような道全体の集合はモジュライ空間と呼ばれる。マタイとキレンによる定式化を用いると、位相的な場の理論の可観測量はモジュライ空間上の閉微分形式に対応させることができる。

通常このようにして定義される幾何学不変量はコホモロジーに関連づけられ、ホモトピー群のもつ非可換な構造を持つことができないが、西山氏は道の空間には非可換的な性質があることに注目して、位相幾何学で知られている反復積分の手法を適用すると、非可換性を反映した位相不変量を定式化できるのでは

ないかという着想をもった。この学位論文の第 4 章後半から第 5 章前半では、新しい位相不変量の提案がなされ、それが満たすべきいくつかの性質が確認されている。特に非可換性に関連しては種数 2 のリーマン面に対して新しい幾何学不変量の計算がなされ、道の合成の非可換性を一部反映された結果が示唆されている。

上でも触れたとおり Frenkel らの論文では位相的場の理論からの摂動が提案されているが、具体的な摂動計算がなされていなかった。問題は基準になるハミルトニアンが対角化できない形をしており、通常の摂動論が適用できない点にあった。西山氏はレゾルベントの方法と呼ばれる、より一般的な数学的技法を新たに導入して摂動計算を実行した。この計算は位相的な場の理論の枠組みからのずれを表す計算として新しい結果である。

西山氏の研究は数学の新しい技法を位相的な場の理論に持ち込み、幾何学不変量や位相的場の理論からの摂動に対して新たな知見をもたらしている。論文の内容は近い将来まとめられて出版される予定である。本人の数理物理学に対する学識も深いことが確認できた。

したがって、本審査委員会は博士（学術）の学位を授与するにふさわしいと認定する。