

論文審査の結果の要旨

論文提出者氏名 島田悠彦

臨界現象は1970年代に繰りこみ群の方法により摂動論的に解明され、さらに二次元系においては共形場理論により臨界指数に相当するスケーリング次元数が厳密に得られる場合（ユニタリ系列）が研究された。クエンチ型のランダムな乱れのある系ではレプリカ法や超対称法による研究がなされたが、多くの場合まだ解明されていないことが多い。

この論文では磁性体の臨界現象としての $O(n)$ スピンの系と等価な $O(n)$ ループ模型に基づき、クエンチ型ランダムな乱れがある場合のスケーリング次元を考察し、その具体的値を解析的に求めた。

論文は2つの研究成果に分けられている。第一部では、 $O(n)$ ループ模型で $n < 1$ の時、摂動計算で2ループまでスケーリング次元を解析的に求めた。第二部では二層からなる格子上での $O(n)$ ループ模型でのスケーリング次元を考察し、そのクロスオーバーを明らかにした。

この論文の第一部では、二次元イジング模型($n=1$)でランダムな乱れがある場合、正確なスケーリング次元数が得られていることから、 $O(n)$ スピン模型の $n=1$ (イジング模型)からのずれを摂動計算することが可能であることを示し、繰りこみ群の方法で、そのベーター関数を2ループまで計算し、 $n < 1$ のスケーリング次元と固定点を求めた。レプリカ法により M 層の仮想的模型を導入し、 $M=0$ の極限操作を行う事により、クエンチ型のランダムな乱れを扱っている。結果は $n=1$ 極限ではクエンチ・ランダム結合イジング模型の結果と一致し、 $n < 1$ では非自明な固定点を得られ、新しいスケーリング次元数が得られた。この論文で扱われている $O(n)$ スピンの他に q 状態ポッツ模型のランダムな乱れがある場合の $q=1$ からのずれに関する研究があるが、 $O(n)$ スピンの結果は q -スピン系とは異なり、新しい知見が得られた。また、2ループの計算において、ゼルバーク型超幾何関数が得られ、スケーリング次元を第一種完全楕円積分で記す明示的表式を得た。

第二部では、二層の格子上での $O(n)$ ループ模型の考察が行われた。この第二部では境界条件としてトーラス上でのAサイクルとBサイクルのループに帰着するような模型が提案された。この二層上のループは交差することにより、その交点数をともなって、連続極限の有効相互作用を得ることが出来るが、その分配関数を厳密に解析的に得ることに成功した。得られた分配関数は n と交点の重みの位相で表され、位相を変えることによりスケーリング次元が変化する様子を厳密に得ることが出来た。結果として、スケーリング次元数は $c=1, N=2$ の超対称共形コセット模型に現れる次元と一致することを見出した。これらの結果は非常に興味深く、さらなる発展が期待出来るものと思われる。

したがって、本審査委員会は博士（学術）の学位を授与するにふさわしいものと認定する。