

論文審査の結果の要旨

氏名 江崎 健太

本学位論文は5章からなり、1章はグラフェンとその電子状態の概要、2章は異方性を与えたグラフェンにおけるゼロ・モード、エネルギー・ギャップ、および端状態の解析、3章は等方的なグラフェンにおける無理数の磁場中の準周期系としての解析、4章は非エルミート・ハミルトニアンに拡張した場合における端状態とトポロジカル相の解析、5章は本論文の結論および今後の展望を述べている。

グラフェンとは、炭素原子1層からなる蜂の巣格子であり、その解析は20世紀中頃から理論的には行われていたが、実際に試料が作られたのは2004年頃であり、その後、特異な物性の観測が活発になされており、物性物理学に新分野を築きつつある。特に、2010年度のノーベル物理学賞がグラフェンに対して授与されたことは、この物質が興味深い物理を内包することが認識されている査証であろう。グラフェンの特異性は、電子に対するバンド構造が、頂点を突き合わせた円錐状になっていることである。これは、相対論的量子力学(ディラック理論)におけるディラック粒子のエネルギー・運動量関係において、粒子の質量をゼロとしたものと形式的に同型であり、そのために、グラフェンでは「質量ゼロのディラック粒子が実現している」と表現される。

この系に外部磁場をかけると、電子のエネルギーは離散的(ランダウ準位と呼ばれる)になる。離散的ランダウ準位そのものは、2次元電子系で良く知られており、量子ホール効果の起きる舞台となっている。一方、グラフェンでは、下向き円錐(電子的)と上向き円錐(正孔的)が頂点で接しているため、頂点(ディラック点と呼ばれる)近傍において、磁場中でどのような離散準位となるかという点が興味深い。この問題も20世紀半ばに解かれており、丁度頂点のエネルギーに離散準位が一本存在する。これは偶然ではなく、グラフェンの蜂の巣格子には、カイラル対称性と呼ばれる対称性(格子をA副格子とB副格子に分解したときに、ABを入れ替えても等価になることに対応)が存在し、このために、ゼロエネルギーのランダウ準位の存在が保証され、グラフェンのトポロジカルな性質の一つとして認識されている。

以上の背景のもとに、江崎氏の学位論文においては、主に3つのテーマについて、オリジナルな理論結果が得られた。まず、グラフェンに特有なゼロエネルギーのランダウ準位が、系を変形させたときにも残るかどうかを調べるために、グラフェンを一方向に伸ばしたことに対応する異方的模型(強結合模型において、一方向の飛び移り積分 t を他方向のものと変えた)を導入した。この模型において、2個のディラック・コーンが k 空間で近づき、このためにゼロエネルギー・ランダウ準位が分裂することは、既にMontambaux等の研究により知られていたが、江崎氏は、この分裂の大きさを、2個のディラック・コーンの間のトンネリングとしてWKB法による評価を与えた。また、通常のグラフェンにおいては、試料の端に局在した状態(端状態)が存在し、これは磁場中でも存在し、バルクのグラフェンのランダウ準位と密接な関連があり、また端状態の

電荷密度が階段状になることも有川等の研究により知られている。江崎氏は、異方的模型において端状態を数値的に調べ、異方性を導入すると端状態の電荷密度は、炭素原子の並びがジグザグの端における磁場依存性と、クライン端（水素終端したような端）での依存性が異なることを見出した。

次に、一般に、空間的に周期性を持つ2次元系に磁場をかけた場合のランダウ量子化には特殊な性質があり、周期構造の単位胞を貫通する磁束を、磁束量子を単位に測った量に支配され、この量が有理数 (q/p) の場合はランダウ準位は p 個に分裂する一方、無理数の場合にはエネルギー・スペクトルならびに波動関数がフラクタル的になることが知られていて、このエネルギー・スペクトルは Hofstadter 蝶と呼ばれている。江崎氏は、蜂の巣格子模型に、無理数の磁場をかけた場合のフラクタルの性質を、上で導入した異方性 t を変えることにより、初めて系統的に調べた。エネルギー・スペクトルのフラクタル性を、マルチフラクタル・スペクトルにより解析したところ、丁度 $t = 1$ という等方的な通常の場合が、スペクトルがフラクタル的（臨界的と呼ばれる）である領域と、そうでない領域の境目になっていることが数値的に示された。

最後に、系を記述するハミルトニアンを、非エルミートな場合に拡張した場合が解析された。物理学において、非エルミートな場合への拡張は、非平衡系や量子酔歩など様々なコンテキストで議論されている。グラフェンにおける興味は、グラフェンをトポロジカルな系と見なしたときに、時間反転対称性を破るスピン・軌道相互作用を導入するとディラック・コーンに質量が生じる（ギャップが開いた双曲線的になる）が、トポロジカルな理由により、このギャップを跨ぐような（ギャップレスな）端状態のエネルギー・モードが発生する。これが Kane と Mele による良く知られたスピン・ホール効果の源である。江崎氏は、本来の等方的なグラフェンの模型（SU(2) 対称性をもつ）を、様々に非エルミートにした場合（SU(1,1) 対称の場合や、Kane-Mele 模型を非エルミートにした場合など）に、端状態およびそれに付随するスピンに関するトポロジカルな量（Chern 数）を求め、非エルミートな場合でもギャップレスな端状態が存在する場合があることを見出した。

以上のように、本学位論文では、グラフェンの物理において、異方性や非エルミート性を導入したときの性質を見ることにより、グラフェンのトポロジカルな性質についての、より深い理論的な知見が得られた。さらに本研究には、グラフェンを一方向に伸縮させる基板の上に乗せることにより、実験的に観測される可能性も含まれている。現実の伸縮の程度が十分か、また、非エルミートな場合はどのように実現できるのか、などの実際的な点は今後の研究をまつ必要があると思われるが、本学位論文で得られた成果は、グラフェンの理解への重要な貢献と思われる。

なお、本論文の一部は甲元真人准教授および、佐藤昌利、長谷部一気、Bertland I. Halperin の各氏との共同研究であるが、論文提出者が主体となって研究したものであり、論文提出者の寄与が十分であると判断される。

したがって、審査員全員により、博士（理学）を授与できると認める。