

本論文は“Characterizing globalness of unitary operations for quantum information processing” (量子情報処理におけるユニタリ演算の非局所性の解析)と題し、5章からなる。近年、物理系が持つ量子性をうまく活用すると、より効率的な情報処理を行うことができる例が発見されつつある。量子性と情報処理能力の向上の関係は完全に理解されているわけではないが、量子的非局所性が情報処理における優位性を得るうえで必要であることは広く予想されている。本論文では量子的非局所性のなかでも、量子操作に内在する非局所性に着目し、「量子情報の非局在化」と「量子操作のエンタングルメントを使った LOCC 実装」と呼んでいる2種類の非局所的なタスク (=非局所的な量子操作なしでは達成できないタスク) を解析しており、これを元に量子操作が持つ非局所性を「非局在化力」および「非局所性のエンタングルメント・コスト」の観点より評価している。

第1章はイントロダクションであり、研究の背景および本論文の主目的について述べている。

第2章では未知量子状態を「量子情報」と定義し、 $d$  準位系1個に保存されている未知な純粋量子状態を「1ピース」の量子情報と定義した。また、 $d$  準位系が2個以上あるときに、量子情報1ピースが1つの $d$  準位系に保存されているとき、量子情報が「局在化されている」としている。つぎに、 $d$  準位系2個に、2ピースまたは1ピースの局在化された量子情報が保存されている状況を考察し、この量子系に2体ユニタリ操作を施すことを「量子情報の非局在化」と定義している。そして、量子情報がユニタリ操作によってどれくらい「非局在化」されたかを評価するために、非局所的な量子操作を用いないタスクを2種類導入し、非局在化の度合いを評価する尺度を提案している。最後に、非局在化の度合いと非局在化に使ったユニタリ操作の関係を調べている。

非局所的な量子操作を用いず実現できる量子操作のすべては LOCC と呼ばれるが、第3章では、非局所的な量子操作を LOCC で実装する際に必要なエンタングルメントの量を解析し、2量子ビット上への制御ユニタリ操作は1 ebit のエンタングルメントが必要なことを証明している。証明のため、まず LOCC プロトコルが、与えられた制御ユニタリ操作を実装するときに満たすべき条件を積算演算子を導入して求め、 $n$  ターンの実装プロトコルは必ず3ターンのものに還元できることを示している。また、3ターンで LOCC 実装するには必ず1 ebit 必要なことを証明した。

第4章は、前章までに得られた結果を元に、量子操作の非局所性を評価する2種類の方法を提案し、これまで知られていた評価法と比べている。まず、第2章の結果を用いて、与えられたユニタリ操作がどれくらい量子情報を非局所化できるかを解析し、非局在化に使ったユニタリ操作が持つ「量子情報の非局在化力」をランク付けした。次に、ユニタリ操作が持つ非局所性は一意ではないが、いかなる非局所性を情報処理に活用するにも、必ずユニタリ操作を実装する必要があることに着目し、ユニタリ操作を実装するためのコストをユニタリ操作の非局所性のコストとすることを提案している。そして、第3章で得られた結果を利用して、2量子ビット上の制御ユニタリ操作の非局所性に必要なエンタングルメント・コストは1 ebit であることを示した。最後に、これら二つの評価値は、既知の状態を扱ったタスクを用いた非局所性の評価法であるエンタングルメント生成力と全く関係がないことも示されており、未知入力と既知入力の違いが量子操作の非局所性の評価の相違に反映されることが示された。

第5節では、本論文のまとめを行っている。

なお、第2、3、4章の研究は村尾美緒氏、第3章の研究は Peter S. Turner 氏との共同研究であるが、論文提出者が主体となって分析および検証を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。したがって、博士(理学)の学位を授与できるものと認める。