

論文審査の結果の要旨

氏名 横山 修一

弦理論における近年の最も大きな発展は、異なる次元で定義されたゲージ理論と重力理論 (閉弦理論) の間の驚くべき等価性の発見とその展開である。その典型的な例は、4次元の超共形ヤン・ミルズ理論と10次元の AdS(反ドジッター) 時空中の閉じた超弦の理論の対応であり、精密な証拠が次々と得られている。もうひとつの重要な例として、3次元の共形場理論と弦理論の背後に存在する11次元の M 理論の対応があるが、この対応についても、近年3次元の共形場理論の正体が物質場と結合した Chern-Simons 型のゲージ理論であることがわかってきたことを契機として、盛んに議論されるようになってきた。しかしながら、このゲージ理論は本質的に強結合理論であり、また M 理論自体の理解が十分でないため、この対応を明らかにすることは依然として困難な課題である。

本博士学位論文は、従来主に研究されてきた場合よりも超対称性が低い $N = 4$ の円状クイヴァー型の Chern-Simons 理論を取り上げ、そこに現れる新たなタイプのモノポール演算子が M 理論側の M2 プレーンと呼ばれる物体が時空の特異点に巻き付いた配位と対応しているという描象を提案し、両理論でそれらのスペクトルを詳細に計算・比較することにより、この対応を検証したものである。これはゲージ/重力対応の新たな拡がりを示したものであるとして非常に意義深い結果である。

本論文は、本論7章と技術的な補遺から構成されている。以下その概略を述べながら、本論文の審査の要旨を述べる。

第1章は序論であり、本研究の動機と意義、および本論文の構成が述べられている。第2章は、本研究の主題である $N = 4$ Chern-Simons 型ゲージ理論の構造を明らかにしている。この理論に存在する特別な $U(1)$ ゲージ群に対応した電磁場 $F_{\mu\nu}$ は dual photon 場と呼ばれるスカラー場と等価であるが、この場を用いて、モノポール磁荷を持つ一連の演算子が構成できる。このうち、「対角的モノポール磁荷」を持ったものは、より高い超対称性を持つ理論にも現れたもので、この磁荷は M 理論の立場からは11次元方向の運動量と解釈できる。一方残りの「ツイストされたモノポール演算子」と呼ばれるものは、この理論特有のものであり、これが M 理論中の M2 プレーンが時空の特異点に巻き付いた配位と対応する、というのが本論文の主な主張である。そしてこの章で、その時空の特異点

の構造と対応するゲージ理論の真空のモジュライ空間の構造がある特定のオービフォールドをなすことが示されている。第3章では対応するM理論側の超重力解が4次元のAdS空間と7次元球をオービフォールド化した空間の直積であることが述べられ、その特異点の構造をホモロジー代数を用いて調べている。この情報からM2ブレーンがどのように巻き付けるかがわかる。

第4章が本論文の要であり、巻き付いたM2ブレーンとモノポール演算子との対応を「指数」と呼ばれる量を計算し比較することにより示している。「指数」とは、理論の状態を量子数によって分類しその重みおよびフェルミ・ボーズ性を区別する符号をつけて和をとった母関数のことであり、量子補正を受けないため強結合理論に対しても信頼できる量である。この量はゲージ理論側では「局所化」と呼ばれる数学的手法を用いて計算することができる。この方法は原理的にはよく知られたものであるが、モノポール演算子の寄与を取り入れさらにゲージ群のランク N が無限大になる極限を考察したのは本論文の新しい成果である。M理論側での指数を計算するには、超重力場の揺らぎのスペクトルの他に、新たにオービフォールド特異点に巻き付いたM2ブレーンの励起を表す曲がった時空中のゲージ理論を導出してそのスペクトルを解析することが必要だが、本論文ではこれらを注意深く行い、指数の計算に成功している。そしてこうして得られたかなり複雑な両理論の結果が完全に一致することを示し、提唱した対応関係が正しいことを強く示唆した。

第5章ではクイヴァー理論のゲージ群が様々なランクを持つ場合の整合性を論じている。具体的には、ブレーン配位による理論の実現の立場とオービフォールド化された7次元球のホモロジーの解析の立場からの結果が等しいことを示し、本論文で提唱している見方が正しいことの傍証としている。第6章は、M2ブレーンと双対なM5ブレーンのゲージ理論側の対応物について論じており、時空の特異点に巻き付いたM5ブレーンが、バリオン演算子と呼ばれる複合演算子に対応することを示唆しているが、より信頼性の高い議論は今後の課題であろう。第7章はまとめと展望に充てられている。

以上のように、本論文は、ゲージ理論と重力理論の対応という、当該分野における現在の最重要課題に関して、ひとつの新しい物理的描象を提案するとともに、それを高度な数理物理的な手法駆使して検証しており、博士学位論文にふさわしい内容を備えていると判断される。なお、本論文で得られている新しい結果は今村洋介氏との幾つかの共同研究に基づくが、そのいずれの研究においても論文提出者が主体的に拘わり十分な寄与をしていることを確認した。よって審査員一同博士(理学)の学位を授与できると認める。