

審査の結果の要旨

論文提出者氏名： 島本 憲夫

本論文は、様々な物理の中で出現する重要な現象の一つである拡散による輸送に焦点をおき、べき乗的な特性を持つフラクタル構造体を対象として、非整数階微分を導入して拡散特性のモデリングを行うことを目的としている。

細胞近傍で見られる複雑な組織内での分子の拡散や、あるいは燃料電池における反応気体の多孔質体中の拡散などにみられるような、複雑な構造体中の拡散は、様々な物理現象の中で出現する重要な問題である。その特徴として、構造体を構成する物質の粒度や空孔の大きさが不均一な分布のフラクタル的な構造を持っていることが多い。このようなフラクタル構造体での拡散特性を知るためには、数値計算による解析方法が考えられるが、そのためには構造体の細部まで模倣したモデリングを行う必要があり、相当量の計算機パワーが必要になり困難が予想される。そのため数学的なモデル化を行うことは重要な取り組みである。

通常の拡散問題では、濃度等の物理量についての時間微分や空間微分を用いてモデル化されるが、フラクタル構造体の場合には、時間や距離の変化量はフラクタル次元に関係してべき乗的に変化することから、これまでの微分形式をそのまま用いることはできない。本論文では、フラクタル構造体上での物理量の変化率の評価方法について、構造体が有するフラクタル次元に基づいた階数で微分を行う、非整数階微分の考え方を導入することでその問題の解決を試みている。

本論文は、「非整数階微分によるフラクタル構造体の輸送特性のモデリング」と題し、全5章から構成されている。

第1章は「序論」であり、研究の背景、研究の進め方として、フラクタル構造体で拡散特性をモデリングする上での課題と非整数階微分を導入することの意義を挙げ、また研究の概要として具体的な取り組み内容が述べられており、本論文の位置づけが示されている。

第2章は「フラクタル構造がもたらす拡散輸送の特性」として、空間的なフラクタル性を持った拡散についての考察である。まず燃料電池燃料極における反応気体の拡散を例示し、フラクタル次元解析を行って、この問題がフラクタル構造体での拡散になっていることを示している。フラクタル解析で得られた幾何学的なデータをもとに、フラクタル構造体での実効拡散係数を定式化し、例示した問題の拡散特性の再現性を検証している。次に、先に示した実効拡散係数によるモデルと非整数階微分を用いたモデルとを対比し、2つの

モデルが解析的に等価であることを示して、非整数階微分モデルの妥当性を検証している。さらに、非整数階微分による非定常二次元の拡散方程式を数値的に解いて、フラクタル構造体での拡散がべき乗的に拡散する結果を示している。

第 3 章は「障壁を伴う粒子の拡散」として、粒子が間欠的に移動するような特性を持つ拡散についての考察である。生体細胞近傍での分子運動では異常拡散と呼ばれる特有の現象が観測されており、これは複雑な細胞組織が障壁となって分子の運動を阻害して生じる現象として考えられる。これを間欠的に粒子が移動する確率過程として考えると、時間に関する非整数階微分の拡散方程式としてモデル化できる。このモデルから導かれる拡散係数の解析式と提案した微分階数の推定方法を用いて、異常拡散の実験報告値との比較により、非整数階微分によるモデルの妥当性を示している。

第 4 章は「履歴力の影響を受ける粒子の拡散」として、長期記憶性のある拡散問題についての考察を行っている。履歴性のある粘性抵抗力と、時間に関してべき乗相関を持った揺動力を受ける粒子の拡散では、非整数階微分を用いて形式変換を行うと、時間微分を非整数階に拡張した Langevin 方程式としてモデル化できることが示されている。得られた方程式を解析的に解いて、解析解から変位や速度などの物理量が示す振る舞いを調べ、特に拡散係数は、べき乗関数に漸近し、異常拡散となることを解析的に示している。

第 5 章は「結論」であり、第 2 章から第 4 章にて示された、空間的・時間的なフラクタル性を有する拡散問題について、系が示すフラクタルの性質に基づいて変換を行うと、結果として、既知の現象方程式において通常微分から非整数階微分への置き換えでモデル化が行えること、および非整数階微分モデルの解析によって得られた拡散特性に関する知見がまとめられている。

非整数階微分に関する従来の応用研究では、フラクタル次元などの系の特徴量と非整数階微分との関係性についての物理的な解釈が議論されることは多くない。本論文では、第 2 章の実効拡散係数モデルと非整数階微分モデルとの対比で示されたように、フラクタルでのスケール関係から導かれる特性と非整数階微分の計算の考え方とを関係づけてモデルの解釈を示しているところは評価できる。

第 2 章で示された、フラクタル構造モデルでの実効拡散係数は、構造体断面の幾何学的な情報から実効拡散係数を予測する方法であり、燃料電池構造の推定方法としての応用が期待でき、また第 3 章での間欠的な運動をする粒子の確率モデルは、吸着・離脱を伴う粒子運動のモデルとして転用することも可能であり、本論文で得られた知見は他問題への応用が期待でき、工学的に意義があるものと考えられる。

よって本論文は博士（工学）学位請求論文として合格と認められる。