

## 論文の内容の要旨

生物・環境工学専攻  
平成 20 年度博士課程進学  
氏 名 木村 匡臣  
指導教員名 塩沢 昌

論文題目 時空間的保存法 (Chang 法) の非一様開水路における非定常流  
数値計算への拡張と評価

様々な水利施設を含む開水路システムにおける流れの解析は、農業用排水路の設計・管理、治水・利水や送水の効率を考える上で非常に重要な位置づけにある。また、跳水や限界流といった不安定な流れを含む場合も考えられることから、その予測は難しく、効果的な大規模水路系の解析手法の確立が望まれている。さらに、近年の環境意識の向上とともに、良好な河川の自然環境を取り戻そうという気運が高まっている。それに伴い、多自然型の河川・水路づくりが各地で進められており、河道断面形状を様々に変化させるなどの工夫が必要とされている。そのため、断面積が一様でない用排水路や自然河川において、様々な水理現象を正確に把握し、送排水の効率を検討する必要性が増してきている。

一般断面開水路の 1 次元非定常流れを表す方程式として、以下に示す連続式と運動量式 (Saint-Venant 方程式) をまとめたベクトル式を取り扱う。

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial x} = \mathbf{S} \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{U}=(A, Q)^T$ : 保存変数,  $\mathbf{G}=(Q, Q^2/A+P_1)^T$ : 物理流束,  $\mathbf{S}=(0, P_2+gA(S_0-S_f))^T$ : 湧き出し項,  $A$ : 断面積,  $Q$ : 流量,  $g$ : 重力加速度,  $S_0$ : 水路床勾配,  $S_f$ : 摩擦勾配であり,  $P_1$  は断面に作用する静水圧,  $P_2$  は水路側面に作用する静

水圧の流れ方向の分力を表す項である。

開水路の非定常流を対象とした従来の 1 次元数値計算手法では、差分式の風上化や流束制限関数の組み込みによる数値振動の抑制がおこなわれている (Sweby, 1984; Bermudez and Vazquez, 1994) . さらに、微小長波の伝播方向に合わせて流束制限関数の計算に用いる格子点を変更することによって、常流・射流の混在する流れの計算における不安定性の問題は解決されている (Garcia-Navarro et al., 1992; Takaki, 2000) . また、一様でない断面積をもつ開水路への差分アルゴリズムの拡張については、湧き出し項や、非一様化に伴う付加項に対する風上化をおこなうことにより、その対処がなされている (Vazquez-Cendon, 1999; Hubbard and Garcia-Navarro, 2000; Vukovic and Sopta, 2003) . しかし、これらの手法は 5 点スキームであり、境界部計算においては解の外挿をおこなう必要があるのだが、その方法については明確にされていない。上記の手法が実務的な水理解析手法に至るまでに確立されていない原因の一つには、境界部計算の複雑さ・曖昧さが解決されていないことが挙げられる。

そこで、Molls and Molls (1998) によって開水路流れに導入された Chang (1995) による時空間的保存法 (Chang 法) を取り上げる。この手法は、各格子点に変数とその空間偏微分量が与えられるという特徴を持ち、その微分量を求める簡単なアルゴリズムの中に流束制限関数が組み込まれている。また、風上化の概念が不要な 3 点陽解法であるにもかかわらず、高い精度での計算が可能である。本研究ではまず、Chang 法の計算アルゴリズムを理論的に拡張することにより、Chang 法を用いた非一様開水路 1 次元非定常流数値計算のモデルを構築し、内点計算と同様の原理を用いた境界部の計算法について明確にした。つづいて、開発した新たな計算手法に対し、様々な流況における計算結果を理論解、水路実験結果、他の計算手法による計算結果と比較することにより、有効性の評価をおこなった。

#### ・ Chang 法の原理

基礎方程式(1)の積分形は、Green の定理を用いて次のように変形される。

$$\oint (\mathbf{G}dt - \mathbf{U}dx) = \iint \mathbf{S}dtdx \quad (2)$$

図 1 に示すような格子システム上で、時空間半ステップずつの格子に囲まれた領域における物理量の分布をテイラー展開により評価し、(2)式の積分を計算することにより、情報が未知の格子点における  $\mathbf{U}$  が求められる (図 1 破線

矢印)。さらに、流束制限関数の計算をおこなうことにより、空間微分量  $U_x$  が求められる。以上のプロセスを 2 段階おこなうことで、数値解が時間発展していく。

#### ・ Chang 法のアルゴリズムの非一様開水路への拡張

まず、水路断面の非一様化に伴う付加項について明らかにした。それらは、側面に作用する静水圧の流れ方向分力を表す項、その空間偏微分項、断面積の空間偏微分項、水深の空間偏微分項である。これらの項を Chang 法の構成式中の諸微分量を求めるアルゴリズムに組み込むことにより、空間的な非一様性が表現可能なスキームへと拡張した。

さらに、非一様開水路における流れの静止状態を正確に計算するためには、内点計算において湧き出し項の分布を 2 次のテイラー展開により評価する必要があることを明確にした。その際、流れのある場合には 2 階微分項の影響は微小であることを考慮し、流れの静止状態における力のつりあいを表現するために必要な項のみを評価するようにした。この改良により、Chang 法のアルゴリズムの過剰な複雑化を避けつつ、静止状態の表現が可能となった。

境界部の計算については、Chang 法の構成式と境界条件を単純に連立して解くことが可能であることを示し、流量や水深が与えられる外部境界部、スルースゲートが設置されている場合の内部境界部の計算方法について明確にした。この境界部計算法は、基礎方程式である連続式と運動量式を同時に満たすことが可能であり、Chang 法の特性を活かした方法である。また、勾配の変化部における内部境界計算には、2 段階目において、境界部の前後の勾配を平均化し、内点と同様の計算をおこなう方法を用いた。この処理により、勾配の急変部において発生しやすい数値的な不安定問題の解決が可能となる。

#### ・ 拡張した手法の有効性の評価

国際水理学会 (1997) の Working group on dam break modeling により提案された、断面幅や水路床勾配が複雑に変化する矩形開水路形状を対象として、流れのない状況の計算をおこなった。その結果、すべての格子点において流速がゼロ、水位が一定となり、本手法が非一様開水路における流れの静止状態を厳密に再現可能であることを確認した。

つづいて、水路床勾配・水路底幅・法面勾配が様々に変化する台形断面開水路において、流れのある状況の計算をおこない、常流から射流への遷移部

や跳水の発生部においても本手法は安定して計算可能であることを示した。また、逐次水面追跡法による水面形と、本手法による定常水面との比較をおこなったところ、両者は良好に一致することが確認された(例を図2に示す)。

流れの非定常状態に対する手法の検証をおこなうために、一様な水路幅を持つ実験水路内に耐水ベニヤ板を設置し、図3のような断面幅の変化を有する水路を作成した。下流末端に設置されている可動堰の高さを変化させて内部に非定常流を作り出し、 $x=9.2$  (m)、14 (m) の2地点の水路中央に設置した容量式波高計により水深の時間変化を測定した。解析の際は対象区間を  $x=0$  (m) ~ 14 (m) とし、上流端境界条件として水路上流の四角堰により測定した流量を、下流端境界条件は  $x=14$  (m) 地点で測定した水深の時間変化を与えた。本手法による計算結果と、Vukovic and Sopta (2003) の FDS 法による計算結果に対し、常流・射流の両方の流れを含む  $x=9.2$  (m) 地点における水深の時間変動を実測値と比較した(結果を図4に示す)。

流れの非定常過程における評価を試みた結果、本手法(3点法)は5点法の高解像スキームと同等の精度で計算可能であることが明らかになった。

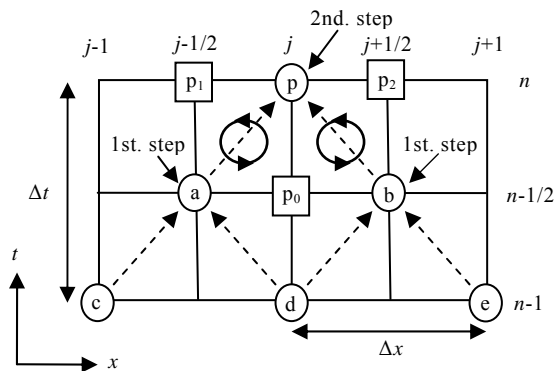


図1 格子システム

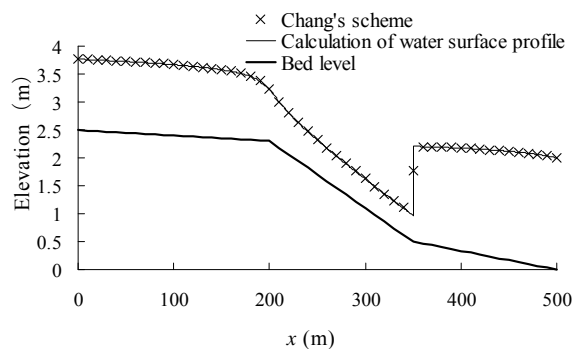


図2 定常水面比較結果

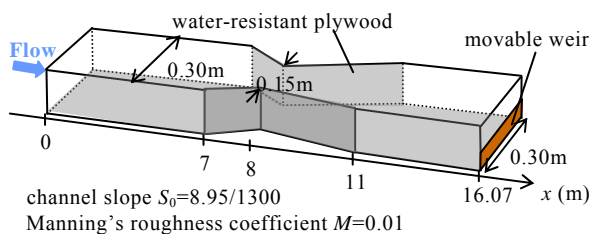


図3 実験水路概要

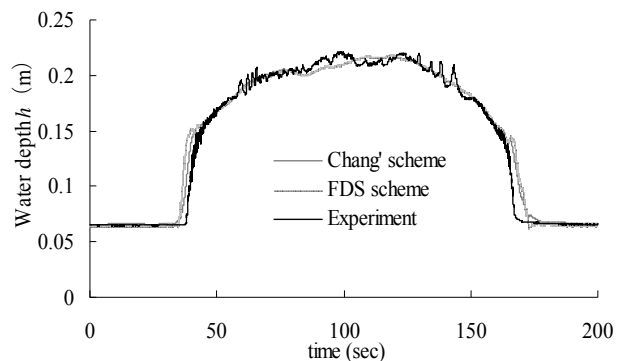


図4  $x=9.2$  (m) 地点における水深変動