

論文審査の結果の要旨

氏名： 川本敦史

川本敦史氏は、本論文において偏微分方程式に関する3つのタイプの逆問題について一意性ならびに条件付き安定性をカーレマン評価を用いて確立した。逆問題とは、偏微分方程式の係数や方程式が成り立つ空間領域の形状が未知である場合にそれらを限定されたデータによって決定したり、方程式の解を境界上の解のデータから決定する問題であり、川本氏はここで係数決定逆問題、形状決定逆問題ならびに解の一意接続性という3つの代表的な逆問題を考察した。逆問題はさまざまな応用上の観点からも重要であるので、夥しい種類の逆問題があるが、それらは概ねここで考察した3タイプの逆問題のどれかに該当しており、本論文の各節は一般の逆問題の数学解析を行う際の方法論の1つのひな形を与えている。

また逆問題における安定性は係数、境界形状または解自体を与えられたデータで決定する際、データに含まれる誤差が小さければそれが逆問題で求めたい量の決定に及ぼす影響も小さいということを意味しており、逆問題の数値解析手法において数値解の真の解への収束のスピードなどを記述する場合などに本質的な課題であるが、適切な有界性を仮定しないと安定性が全く成立しない。一方で適切な有界性のもとで成立する安定性を条件付き安定性とよぶが、そのような有界性は物理的にも受け入れることができるようなものでなくてはならず、先行研究が十分とはいえない状況である。そのような研究の状況のなかで、川本氏はカーレマン評価を適用して、上記の代表的な逆問題の3つに関して一意性ならびに条件付き安定性を確立した。ここで、カーレマン評価とは、偏微分方程式の解に関する L^2 -評価式である。

これらの成果は新規性のあるものであるだけでなく、そこでの方法は他の逆問題にも広く適用できることが強く期待できる。したがって川本氏の学位申請論文は高く評価できるものである。

本論文において、次のような係数決定逆問題、境界形状決定逆問題ならびに一意接続性における一意性ならびに条件付き安定性を考察している：

- ディラック方程式に対する係数決定逆問題
- 非定常熱方程式を用いた境界形状決定の逆問題
- 線形化されたオイラー方程式に対する一意接続性

以下、章ごとに論文審査の結果を述べる。

第1章において、空間次元が3のディラック方程式を考えて、電磁ポテンシャルに対応する係数を境界または境界近くの部分領域でのデータによって決定する逆問題を考察しており、特に複数の未知係数を一意的に決定するための最少回数観測について論じている。ディラック方程式のように微分の階数が最高階の主要項が分離していない連立偏微分方程式系に対して、カーレマン評価を導くことは困難であるが、余因子に相当する偏微分作用素を作用させ

て波動方程式に変換して基礎となるカーレマン評価を導き、逆問題に関してリプシッツ型の条件付き安定性を導いたことは注目すべき技法である。

第2章においては、例えば、視えない部分が腐食などで欠損してしまったような場合に、材料の欠損部分の形状を非定常熱方程式を用いて決定する逆問題に対する条件付きの安定性を確立している。数学上からだけではなく、実際上の観点からも理解しやすい明確な結果を導いたことは、評価できる。

第3章においては、空間3次元の線形化されたオイラー方程式の解の一意接続性と接続の際の条件付き安定性を確立している。取り扱っている方程式は流体の基礎方程式の1つであり、境界での観測データによって領域内部の速度場を決定する場合の一意性を確立し、さらに適当なノルムを採用するとしてデータによって内部の変位を評価することに成功している。

論文提出者が、以上述べたように3つの代表的なタイプの逆問題それぞれに関して、さまざまな技術的な工夫を行って、逆問題の数学解析の基本課題である一意性ならびに条件付き安定性を確立していることは高く評価すべきである。しかも扱っている逆問題が数理物理や工学などの関連応用分野で重要な問題であり、そのための数学的な基礎付けを本論文は与えており、一層の関連研究の進展を促すことが大いに期待できる。

よって、論文提出者 川本敦史 は博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。