論文審査の結果の要旨

氏　名　北山 貴裕

本論文の目的は，非可換 Reidemeister torsion の Morse 理論による力学系的な表示，および，高次のホモロジーシリンダーのなすモノイドとそのホモロジー同境群の代数構造の記述である．

X を向き付けられた Riemann 多様体とする．X 上の S^1 に値をもつ Morse 写像 $f : X \to S^1$ で臨界点の安定多様体と不安定多様体が横断的に交わり，f の勾配ベクトル場の閉軌道がすべて非退化であるものを考える．このような Morse 写像がファイバー束の構造をもつとき，Reidemeister torsion が Lefschetz 型のゼータ関数によって表されることが Milnor によって知られていた．Hutching-Lee は，可換な表現に付随した Reidemeister torsion について，これを一般の S^1 に値をもつ Morse 写像に拡張し，Reidemeister torsion がゼータ関数と Morse-Novikov 複体の torsion の積で表されることを示した．本論文において，この結果を非可換化し，X の基本群のある種の非可換表現 ρ に対して, Reidemeister torsion が定義される局所系のホモロジー群の消滅の条件の下で，等式

$$\tau_\rho(X) = \zeta_{f,\rho}\, \tau_\rho^{Nov}(f)$$

を証明した．ここで，左辺は表現 ρ に対応する非可換 Reidemeister torsion で，$\zeta_{f,\rho}$ は勾配ベクトル場と ρ によって定まる Lefschetz 型のゼータ関数，$\tau_\rho^{Nov}(f)$ は Morse-Novikov 複体の torsion を表す．

この結果は可換表現の場合に Hutching-Lee, Pazhitnov によって得られていた公式の非可換係数への一般化となっていて，Cochran, Friedl, Harvey らによる高次の Reidemeister torsion の積分解を導く．

論文の後半では，Cha-Friedl-Kim による構成を拡張し，曲面の基本群の derived series に対応して定義される高次のホモロジーシリンダーのなすモノイドを定義して，その代数構造を Reidemeister torsion を用いることによって記述した．

本論文は，非可換 Reidemeister torsion と Morse-Novikov 理論について，新しい知見をもたらしたものであり，位相幾何学の分野に大きく貢献する．よって，論文提出者　北山 貴裕は，博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．