論文内容の要旨

論文題目

Annihilation of local cohomology groups by separable extensions in positive characteristic
（正標数における局所コホモロジー群の分離拡大による消滅）

氏名　三内　顕義

　可換環論における重要なホモロジカル予想の一つとしてビッグコーエンマコーレー代数の存在というものがある。それは任意の局所整域 R に対して以下のような性質を持つ R の拡大環 S が存在するかということである。
「任意の R の巴系が S において正則列をなしている。」
この環 S に対し Noether 性などは要請していないことに注意する。
また、現在ではこの予想から正則局所環に対する直和因子予想、Tor の消滅などいくつかのホモロジカル予想が従うことが知られている。
　この予想は歴史的には Hochster、Huneke らによって M. Hochster and C. Huneke,、*Infinite integral extensions and big Cohen-Macaulay algebras*、Ann. of Math. (2) 135 (1992)、で R が局所エクセレント整域で標数が正の場合に示された。具体的には彼らは R の商体の代数閉包を一つ固定し、その中での整閉包（R^+と呼ばれる）が上記の性質を満たすことを示した。この証明は大変長く難解なものだったが、２１世紀に入り、Huneke、Lyubeznik らはこの定理を R の標数が正で、Gorenstein 局所環の像である場合（論理的包含はないが弱いと思われる条件）に拡張し、簡潔で代数的に意味付けしやすい証明を行っ

た。（C. Huneke and G. Lyubeznik,、*Absolute integral closure in positive characteristic* Adv. Math. 210 (2007)）今回申請者の学位申請論文はこの仕事の拡張であるが、その前にHuneke、Lyubeznik らの鍵となる定理を復習する。 Huneke、Lyubeznik らはグロタンディークの局所双対性を巧妙に用いて、局所コホモロジーに関する次の定理を証明した。

定理　R を標数が正で、Gorenstein 局所環の像であるとする。この時 R の有限拡大環 S が存在し、誘導する最高次でない局所コホモロジー間の射は零射となる。

この定理と巴系の個数に関する帰納法を用いることで次の系を得ることができる。

系　上と同じ仮定の下、R^+はそれ自身コーエンマコーレー環でありまたRのビッグコーエンマコーレー代数である。

この定理は標数 0 では成り立たないことに注意する。なぜならば R を正規でコーエンマコーレーでない環（例えばアーベル曲面の座標環）とする。すると任意の有限拡大 S に対し、trace 写像が存在し、それは R 加群としての分割を与えている。特に局所コホモロジー間の写像は単射である。よってこの R に対し定理を満たすような有限拡大 S は存在しないことがわかる。

しかし申請者は Utah 大学の Anurag Singh 氏と共同研究で上記の定理の S を分離的に取れること示した。

定理　R を標数が正で、Gorenstein 局所環の像であるとする。この時 R の有限拡大環 S が存在し、誘導する最高次でない局所コホモロジー間の射は零射となる。さらに R と S の商体の間の拡大はガロア拡大に取ることができる。特に R から S への拡大は分離的である。」

系として次が従う。

系　上と同じ仮定の下、R^{+sep}（R の商体の分離閉包の中での整閉包）はそれ自身コーエンマコーレー環でありまたRのビッグコーエンマコーレー代数である。

この系の場合についても Huneke によって等標数 0 の場合は一般には R^+はビッグコーエンマコーレー代数にならないことが示されていることに注意する。

また申請者は次数付けを持つ場合の R^{+GR}（R の商体の代数閉包の中での斉次整閉包）の構造についても調べいくつかの結果を得た。

命題　R^{+GR} の a-不変量は 0 以下である。

命題　一般に $R^{+GR,sep}$（R の商体の代数閉包の中での斉次分離閉包）は R のビッグコーエンマコーレー代数にはならない。

Hochster、Huneke らによって R^{+GR} はビッグコーエンマコーレー代数になることが示されており、ビッグコーエンマコーレー代数の理論は局所環の場合と次数付き環の場合に並行であると考えられていたが上記の二つ目の結果と前述の系によりそうではないことが示された。