論文審査の結果の要旨

氏名　　三内　顕義

可換環論の重要な予想としてビッグコーエンマコーレイ代数の存在がある：「任意の局所整域 R に対して拡大環 S が存在して、R の任意のパラメーター系が S においては正則列になる」。Hochster-Huneke は R が正標数の局所エクセレント整域の場合にこれを証明した。さらに最近に至り Huneke-Lyubeznik は R が正標数でゴレンシュタイン局所環の像になっている場合にもっとわかりやすい証明を見つけた。その証明のキーポイントは、局所コホモロジー群の消滅定理である：「局所整域 R が正標数でゴレンシュタイン局所環の像になっているならば、R の有限次拡大環 S が存在して、対応する局所コホモロジー群の間の引き戻し写像は最高次を除いて 0 になる」。なお、このような主張は標数 0 では成り立たないことに注意する。この主張の系として、R の商体の代数的閉包の中での R の整閉包 R^+ はビッグコーエンマコーレイ代数になることがわかる。

論文提出者 三内　顕義氏は、ユタ大学の Anurag Singh 氏との共同研究において、上に述べた S が分離拡大で実現されることを証明した：

定理 1. 局所整域 R が正標数でゴレンシュタイン局所環の像になっているならば、R の有限次拡大環 S であって商体の拡大がガロア拡大になるようなものが存在して、対応する局所コホモロジー群の間の引き戻し写像は最高次を除いて 0 になる。

この主張は標数 0 では成立しないのに、正標数では分離拡大で実現できるというのは不思議であるとも言える。

系 2. R の商体の分離閉包の中での R の整閉包 R^{+sep} はビッグコーエンマコーレイ代数になる。

なお、Huneke によれば、R が等標数 0 を持つ場合には $R^{+\mathrm{sep}}$ はビッグコーエンマコーレイ代数にはならない。ここでも正標数の不思議な性質が現れている。

さらに論文提出者 三内　顕義氏は、R が局所環ではなく次数付き環である場合も考察した。Hochster-Huneke は R の商体の代数閉包の中での R の斉次整閉包 $R^{+\mathrm{Gr}}$ はビッグコーエンマコーレイ代数になることを証明している。しかし、R の商体の分離閉包の中での R の斉次整閉包 $R^{+\mathrm{Gr,sep}}$ はビッグコーエンマコーレイ代数に必ずしもならないということが、この共同研究において証明されている。一般的に言って、次数付き環と局所環は平行した議論ができる場合が多いが、この場合についてはそうではないという事実を発見したことになる。

この共同研究において三内氏は証明の論点の最も重要な部分に貢献している。よって、論文提出者　三内　顕義　は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。