論文審査の結果の要旨

氏名：橋本　健治

　橋本健治氏は博士課程においてＫ３曲面に関する研究、とくにＫ３曲面のシンプレクティックな有限自己同型に関する研究をおこないました。その結果としてえられた分類を博士論文「Ｋ３格子への有限シンプレクティック作用」として提出しました。これまでニクーリン、向井茂氏、金銅誠之氏らによる様々な研究がなされていましたが、その全体像を完全に決定するという、基本的でかつ重要な研究で以後のＫ３曲面の研究において様々な応用が見込まれる、画期的な研究です。

　橋本氏の研究されているＫ３曲面とは、標準束が自明である閉じた複素曲面で、そのなかには代数的でないものも含まれます。この曲面のクラスは豊富な構造をもち、それらに対して成立するトレリの定理を通して、格子の理論やその数論とも密接な関係があります。ある程度の複雑さを持つ曲面でありながら、精密な議論が可能である魅惑的な研究対象です。これらの高次元化であるカラビーヤウ多様体は現在数理物理においても注目されている対象で、これらの研究における試金石としても重要な位置付けにあります。Ｋ３曲面の有限自己同型群は２次の微分形式への作用を考えることにより、有限巡回群商とシンプレクティックな部分に分けて考察することができます。このうち、シンプレクティックな部分の作用には抽象群として考えただけでも多種多様で 79 種ものがあります。シンプレクティックな作用を考える際、２次のコホモロジーへの作用における余不変部分への作用が大切となってきます。Ｋ３曲面に現れる余不変部分の階数は高い場合もあり、これらを扱うためには整数論で培われた二次形式に関する技術と工夫を必要とします。ちなみに代数的なＫ３曲面の場合には余不変部分は原始的代数的サイクルと一致するもので、これまでにシャオにより研究された、Ｋ３曲面の有理特異点としての情報を含むものです。

　橋本氏の論文で使われている余不変部分を扱うための基本的道具としては、金銅氏の論文に端を発するニーマイアー格子を用いる議論があります。金銅氏の研究では自然にマシュー群の部分群がでてきますが、橋本氏の論文では抽象群のみではなく、２次のコホモロジーへの作用も考えているので、別のニーマイアー格子の自己同型群への埋め込みなども補助的に考えるなどの精密な議論も必要です。さらに不変部分と余不変部分の同型の貼り合わせの議論は格子の自己同型群とディスクリミナント群の関係が必要で、そのためにアデール群上の直交群に関する近似定理を使っています。

　これらの工夫により実際の分類を得て、その結果、５つの例外を除いて、抽象群としての構造だけでその作用が定まってしまうという結果を得ました。また、５つの例外の場合も、それらがどのような不変量で違いが判定できるか、ということも結果として得られています。この結果は幾何学的に言うと、Ｋ３のモジュライ空間の連結性を意味することになっています。これらを調べる過程では計算機の助けを必要とする部分が多くあるのですが、その際、実質的な計算が可能になる様に細かな工夫がなされています。

これまでに得られていた既知の結果との関連でいうと、有限群の分類自身についてはシャオの結果があります。シャオは抽象群としての分類を与えているのにとどまっていましたが、橋本氏の仕事は、その作用の分類を決定し、より完全な全体像を明らかにしたものといえます。

また参考文献として提出された、論文「Period map of a certain K3 family with an S5 action」(欧文雑誌として高い評価を得ている、Journal fur die Reine und Angewandte mathematik （Crelle's Journal）に掲載) は橋本氏が修士の時にＫ３に関して得た結果を改良し、まとめたものです。この論文はある種のＫ３曲面の族に関して超越格子に関する周期写像を定義し、その族のパラメータを対応する周期領域上の保型関数で具体的に記述する、というものです。その論文では、博士論文でも使われている格子理論の他に、幾何学的な考察も必要となっています。とくに保型関数の構成については保型埋め込みとテータ級数の扱いが重要となっています。

これらの論文を審査し、さらに口頭試問における試験の結果、橋本氏の代数的、幾何学的な対象についての研究能力は博士を与えるに十分に値するものであると審査委員全員は判断しました。よって、論文提出者、橋本健治氏は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認めます。