

論文審査の結果の要旨

氏名 水谷 治哉

水谷治哉君の学位論文は、ふたつの部分からなっている。ひとつは、漸近的に錐的な、散乱計量と呼ばれる計量を持つ非コンパクトなリーマン多様体上で定義されたシュレディンガー方程式の時間発展作用素についての、Strichartz 評価に関する研究であり、もうひとつは 1 次元シュレディンガー方程式の、重み付きの L^p 空間での分散型評価の研究である。

シュレディンガー方程式の時間発展作用素に関する Strichartz 評価とは、初期条件が L^2 空間に入っているという条件から、空間、時間的な L^p - L^q 評価を得るという不等式であり、非線形シュレディンガー方程式の解析において基本的な重要性を持つのみならず、線形の評価としても、それ自身重要で興味深い性質である。散乱計量を持つ多様体上の Strichartz 評価については、Hassell-Tao-Wunsch による結果が知られているが、もっとも強い評価である、臨界指数の場合については証明がされていなかった。臨界指数での評価は、一般に困難な問題であり、全く違った証明が必要となる場合が多い。水谷君は、Bouclet が双曲型多様体の場合に用いた手法をさらに超局所的に精密化、拡張して散乱多様体の場合に適用し、臨界指数の場合まで含めた Strichartz 評価の証明を得た。

1 次元シュレディンガー方程式の分散型評価は、多くの研究がなされている重要な問題である。水谷君は、適切な重みを付けた L^1 空間から L^∞ 空間への写像として、精密な時間無限大での漸近展開を得た。1 次元シュレディンガー方程式の解の長時間での漸近挙動に関して新たな知見を付け加えた研究成果として、意味深いものである。

以上のふたつの研究成果は、偏微分方程式の理論への大きな寄与であると評価できる。よって、論文提出者 水谷治哉は、博士（数理学）の学位を受けるにふさわしい十分な能力があると認める。