論文審査の結果の要旨

氏名　　見村 万佐人

群の性質に Kazhdan の性質 (T) というものがある．これは群のユニタリ表現に関連して定義される性質であるが，驚くほど多様な分野に対して応用がある大変重要なものである．性質 (T) を持つ群の主な例として連結単純高階数 Lie 群の格子，例えば $\mathrm{SL}_{n\geq 3}(\mathbf{Z})$ が挙げられる (Kazhdan, 1967).[1] その証明には Lie 群の表現論が使われてきたが，ようやく近年になって，Y. Shalom が直接証明を発見し，センセーションを巻き起こした．さらに彼は，普遍格子と呼ばれる $\mathrm{SL}_{n\geq 3}(\mathbf{Z}[x_1,\ldots,x_k])$ も性質 (T) を持つことを示した (Shalom, 2006). 性質 (T) は商群に遺伝するため，普遍格子は特に重要な研究対象である．

性質 (T) の一般化として，Hilbert 空間上のユニタリ表現の代わりに，あるクラス $\mathcal{B}$ に属する Banach 空間上の等長表現を考えた性質 $(F_{\mathcal{B}})$ というものがある．ここでは特に，L^p 空間たちのなすクラス $\mathcal{L}^p$ を考える $(1 < p < \infty)$. 見村は本博士論文において，上記 Shalom の結果を拡張し，$\mathrm{SL}_{n\geq 4}(\mathbf{Z}[x_1,\ldots,x_k])$ が性質 $(F_{\mathcal{L}^p})$ を持つことを示した．証明は極めてオリジナルなもので，特に，部分群に対する性質 (T) あるいはその類似から，全体の群に対する性質 (T) あるいはその類似を導く斬新な手法が使われている．本博士論文の当該部分は学術誌 “J. reine angew. Math.” に掲載予定である．

本博士論文においては以下の純代数的な結果も示されている． 普遍格子 $\mathrm{SL}_{n\geq 3}(\mathbf{Z}[x_1,\ldots,x_k])$ はその交換子群と一致する (つまり対角成分が 1 の基本行列たちで生成される) というのが Suslin (1977) による基本定理である．群の元 g を交換子の積として表すのに必要な交換子の最小数 $\mathrm{cl}(g)$ は交換子長と呼ばれる．n と k を固定したとき，交換子長が普遍格子の上で有界になるか否かは代数学における難問として知られている．安定交換子長 $\mathrm{scl}(g) = \lim \mathrm{cl}(g^n)/n$ が恒等的に 0 となるかどうかも分かっていない．見村は本博士論文において，任意のユークリッド整域 A に対して $\mathrm{SL}_{n\geq 6}(A)$ の上で安定交換子長が恒等的に 0 となることを示した．A として $\mathbf{C}[x]$ などをとると，交換子長自体は非有界になることが知られており，大変興味深い結果といえる．本博士論文の当該部分は学術誌 “Int. Math. Res. Not. IMRN 2010, 3519–3529” に掲載済みである．

本博士論文に含まれる結果は他にもあり，その学術への貢献は大きい．よって論文提出者見村万佐人は，博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．

---

[1] 性質 (T) を持たない群の代表例として，$\mathrm{SL}_2(\mathbf{Z})$ や無限可解群などを挙げておく．