論文審査の結果の要旨

山　下　真

本論文において，論文提出者は非可換幾何学における新たな具体例の構成法に関する興味深い研究を行った．

(乗法単位元を持つ) 可換な C^* 環はコンパクト Hausdorff 空間上の連続関数環と同一視される．また可換な von Neumann 環は測度空間上の L^∞ 関数環と同一視される．よって一般の非可換な作用素環は何らかの「非可換空間」上の関数環を表しているはずだ，という考えは古くからあり，これが非可換幾何学の源流となっている．しかし，コンパクト Hausdorff 空間や測度空間には「幾何学」的な構造はあまりなく，真に通常の幾何学を「非可換化」するには (Riemann) 多様体を非可換化した概念が必要である．これを与えるのが Connes のスペクトラル三つ組である．これは，Hilbert 空間，その上の有界線形作用素のなす $*$-環，その上の (通常非有界な) 自己共役作用素の三つからなり，ある種の微分可能性の公理を満たすものである．ここに現れる自己共役作用素は，スピン多様体上の Dirac 作用素の概念を一般化したもので，この公理的枠組みにおいても Dirac 作用素と呼ばれる．この公理的設定で，一つのスペクトラル三つ組は一つの「非可換多様体」にあたるものである．

そこでこのようなスペクトラル三つ組をどうやって構成するかが問題となり，これまでに多くの研究成果がある．本論文は，Connes-Landi の方法を一般化した新しい構成法を与えたものである．通常の Riemann 多様体にトーラスが作用しているときに，この作用を用いて関数の積演算を変形し，「非可換多様体」を構成するというのが Connes-Landi の有名な方法である．本論文ではこの方法を一般化し，もともと「非可換多様体」があって，そこにトーラスが作用しているときに，その作用を用いてさらにもとの「非可換多様体」を変形して新しい「非可換多様体」を構成する方法を与えた．そこでは「非可換多様体」の基本的な例である非可換トーラスの性質をうまく用いている．このアイディアはシンプルなものだが，もともとの Connes-Landi の構成法は通常の多様体から出発するという条件に大きく依存しており，これを「非可換多様体」から出発することに一般化することは技術的に容易ではない．論文提出者はこの技術的難点を克服し，明快な結果を得た．

また，幾何学において（コ）ホモロジー論の手法が大きな役割を果たしているが，非可換幾何学においても対応する重要な理論がある．それは，K-理論と巡回コホモロジー理論である．これらはかなり一般的な環に対して定義されるが，「非可換多様体」に対してこれらの不変量を研究することは，非可換幾何学における重要な問題であり，多くの研究者の関心を集めている．論文提出者は，Connes-Landi の方法の一般化において得られる「非可換多様体」について，K-理論と巡回コホモロジー理論を研究し，その構造について

の理解を深めた．

これらはいずれも非可換幾何学における重要な成果であり，専門家たちから国際的に高く評価されている．よって，論文提出者山下真は，博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める．