論文審査の結果の要旨

氏 名 張 光輝

論文提出者 張 光輝 は，重力と表面張力の影響下にある二次元流体の自由境界（すなわち水面）の正則性について考察し，従前の研究で用いられていたよりも弱い仮定の下で，自由境界の正則性を示すことに成功した．その結果，表面張力が働いている場合は，流体の渦度が 0 でない場合にも水面波に特異性が生じないことが明らかになった．

本論文で考察した問題の設定は以下の通りである．まず，流体は非圧縮かつ非粘性で，自由表面を持ち，流体に作用する力は重力と自由表面に働く表面張力だけであると仮定する．流体の運動はオイラー方程式で表現できる．以下，波が速度 c で進む進行波である場合を考え，流れ関数 ψ を以下の形で定義する：

$$\psi_x = -v, \quad \psi_y = u - c.$$

ここで $(u(x,y,t), v(x,y,t))$ は時刻 t と位置 (x,y) における流体の速度であり，c は波の伝播速度である．このとき，流体の運動は次の自由境界問題として表わされる．

$$\begin{aligned}&\Delta\psi = -\gamma(\psi) \quad \text{in } \{\psi > 0\}\\&|\nabla\psi|^2 + 2gy - 2\sigma\kappa = \text{constant} \quad \text{on} \quad \Gamma = \partial\{\psi > 0\}.\end{aligned}$$

ここで g，σ，γ，κ は各々，重力加速度，表面張力係数，流体の渦度，自由境界 Γ の曲率である．

$\gamma = 0$，$\sigma = 0$ のとき，つまり渦度なしで表面張力を無視した場合は，この水面波はストークス（Stokes）波と呼ばれる．1880 年に Stokes は，最大振幅の水面波の表面が滑らかではなく，角度 $2\pi/3$ を持つ特異点が存在することを予想した．これを Stokes 予想と呼ぶ．Amick-Fraenckel-Toland (1982)，Plotnikov (1982) は Stokes 予想が正しいことを示した．さらに Varvaruca-Weiss (2009) は，より一般的な Stokes 予想を証明している．

一方，表面張力が 0 でない場合は，水面波の表面に特異点が現れるとは直観的には考えにくい．しかし，これまでは，$\gamma = 0$ の場合に部分的な結果が知られているだけであった．具体的には，$\gamma = 0$ という仮定の下に，Buffoni-Dancer-Toland (2000) や Craig-Matei (2007) が自由境界にある程度の滑かさ（$W^{2,2}$ や $C^{2,\alpha}$）の仮定を置くと実解析になるという結果を示している．論文提出者は，より一般的なクラスの弱解に対して水面波の表面が滑らかであることを証明するとともに，$\gamma = 0$ という制限を取り

除くことに成功した．具体的には，渦度γをψの任意の有界関数とするとき，自由境界に$W^{1,1}$の正則性を仮定し，かつ曲率がRadon測度であると仮定しすると自由境界は$C^{2,\alpha}$になることを証明した．さらに，γが滑らかであるならば，自由境界も滑らかになることを示した．

また，上記の結果に加えて，表面張力係数σを0に近づけると，解は表面張力をを無視した重力波の変分解に収束することも示されている．

論文提出者の研究は，表面張力が波の表面を滑らかにして特異性の出現を防ぐ効果があるという事実を，従前の研究に見られた渦度がゼロという強い仮定を置かずに示したものであり，高く評価できる．

以上の諸点を考慮した結果，論文提出者　張 光輝　は，博士 (数理科学) の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める．