

論文の内容の要旨

論文題目

双対アプローチを中心とした
スウィング・オプションの価格評価法

氏名 田代 雄介

本論文では、双対アプローチを中心としたスウィング・オプションの価格評価法について論じる。

現代社会では、多くの金融商品が取引されている。その代表的な一つにオプションが挙げられる。オプションとは、定められた期日に定められた価格で原資産の売買を行う権利である。例えば、1ヶ月後に100円で株を購入することができる権利は株を原資産とするオプションの一種である。オプションを売買する際に問題となるのは、オプションの購入時にいくら支払うべきかという点である。適切な価格を決定する問題をオプションの価格付け問題という。オプションの価格付け問題はファイナンスにおける一大分野として長年研究され続けている。

本論文における評価対象であるスウィング・オプションは、電力やガスといったエネルギーを原資産とするオプションで、エネルギー市場で取引される。このオプションの買い手は、将来のいくつかの時点でエネルギーを固定量、固定価格で購入する契約を売り手との間に結んでいる。オプションを買うことで、この買い手は購入するエネルギー量を変更できる権利を得る。エネルギーの購入時点ごとに、オプションの買い手は購入量を変更するかどうかの意思決定を行う。ただし、変更量には様々な制約が付与され、その制約を満たす範囲でしか変更できない。また、制約の種類に応じてスウィング・オプションには多様な種類が存在する。本論文では、典型的制約付きのものを含めた数種類のスウィング・オプションについて論じる。

オプション価格評価法には様々なものが存在するが、本論文では特に双対アプローチに注目する。双対アプローチはモンテカルロ法による価格評価法の一つであり、最適停止問題として定式化されたオプション価格付け問題の双対問題を評価する。双対アプローチの特徴は、得られる近似解（価格）が価格付け問題の最適値に対して正のバイアスをもつことである。この正のバイアスをもつ近似解（価格の上界）を、モンテカルロ法による別手法で得られる負のバイアスをもつ

近似解（価格の下界）と組み合わせることで、オプション価格の信頼区間を評価することができる。双対アプローチは Rogers (2002) と Haugh--Kogan (2004) によって独立に提案され、それ以降いくつかのオプションに対して拡張されてきた。本論文の主題は、この双対アプローチをいくつかのスウィング・オプションの価格評価に対して拡張することである。

本論文の主要な結果の 1 つは、変更量として 2 値のみが選択可能なスウィング・オプションに対する双対アプローチの拡張である。Meinshausen--Hambly (2004) をはじめとするいくつかの先行研究では、オプション価格の差分を利用することにより双対アプローチを複雑なオプションに拡張している。だが、スウィング・オプションは、権利行使において量の自由度をもつため、これらの手法では価格評価が行えない。そこで本論文では、オプション価格の 2 階差分を用いて価格を評価する手法を提案している。この手法では、オプション価格を 2 階差分に分解し、その個々の 2 階差分を評価する最適停止問題をうまく定義することで、オプション価格のタイトな上界を与える式を導いている。また、いくつかのオプションに対して価格評価を行った数値例も与えている。

本論文では、各期の変更量制約、変更量の和に対する制約がついた典型的なスウィング・オプションに対しても、双対アプローチによる価格評価を拡張している。このオプションに対しては、2 種類の価格評価法を提案している。1 つは、上で述べた拡張で得られる 2 値選択制約つきスウィング・オプションの価格を用いて価格評価を行う方法である。もう 1 つは、オプション価格の 3 階差分を用いる方法である。この手法は上で述べた手法の拡張となっている。いくつかのオプションの価格評価を行った数値例では、2 値選択制約つきオプションの価格を用いる方法によって得られる価格の方が、多くの場合においてバイアスが小さくなることが確認される。

さらに、各期の変更量制約が時変であるスウィング・オプションに対しても、双対アプローチによる価格評価を拡張している。これは、2 値選択制約つきオプションに対する結果と並ぶ、本論文の主要な結果である。このオプションの権利行使戦略は上で拡張を行ったオプションのものよりも複雑であり、そのためオプション価格の差分を利用した手法の拡張は難しい。そこで本論文では、オプション価格付け問題に対して、変更量を表す変数に関する双対問題を導く。次に、先行研究を利用して、その双対問題に対して権利行使タイミングを表す変数に関する双対問題を導く。そして、その双対問題の最適解の近似解を求める 2 種類のアルゴリズムを提案している。いくつかのオプションの価格評価を行った数値例では、バックワードアルゴリズムによって得られる近似解のバイアスが小さいことが確認される。

また本論文では、数理計画を用いた典型的制約つきスウィング・オプションの価格評価についても論じている。数理計画を用いてオプション価格評価を行う際には、期間の増加にともなう問題サイズの増加が問題となる。そこで本論文では、問題サイズを小さくできるシナリオ格子モデルにおける価格評価を考えている。まず、典型的制約つきスウィング・オプションにおける最適変更量がある特徴をもつことを示す。そして、その特徴を利用して、シナリオ格子上での価格付け問題を線形計画として定式化している。また、設定を不完備市場に拡張した場合についても価格付け問題を定式化し、単純なオプションについて価格を計算した数値例を与えている。