

論文審査の結果の要旨

氏名：権業善範

権業善範氏が学位論文において得た結果は、いくつかの重要な場合のアバundance予想の解決とその応用、および標準因子公式の高次元代数多様体の問題への応用である。

アバundance予想とは、極小モデルの標準因子が半豊富であろうという予想であり、極小モデルが、その標準因子が数値的に有効という性質よりなおよい性質を持つということを期待するものである。近年は、一般化したアバundance予想というものも定式化され、それが極小モデルの構成自体にも有用であることが分かってきており、極小モデル理論においてアバundance予想の重要性は増した。

権業氏のアバundance予想に関する研究は、数値的に自明な半対数標準対について予想を解決したことに始まる。その手法は、まず正規なスキームの場合(対数標準対の場合)に予想を解決し、一般の非正規なスキーム(一般に可約)の場合をそれに帰着するというものである。さらに、この非正規な場合を正規な場合に帰着させるという手法を発展させることで、アバundance予想は、数値的に有効な対数標準対の場合に正しければ、数値的に有効な半対数標準対の場合にも正しいことを示した。この結果は、将来的にアバundance予想を次元によって解決していく際の重要なステップになると考えられるが、そればかりでなく、Birkar 氏, Kollár 氏によって他の応用を見出され、すでに高い評価を得ている。

また、数値的に有効でない場合についても、数値的小平次元がゼロの対数標準対に対して一般化されたアバundance予想が正しいことを示した。それは、数値的小平次元がゼロの因子的対数末端対に対して極小モデルを構成し、上記の数値的に自明な対数標準対についての(上記の通りすでに解決された)予想に帰着させることで示された。極小モデルを構成しているので、この仕事により、数値的小平次元がゼロの因子的対数末端対に対して極小モデル理論が完成したことになる。今後も大いに参照されていく結果であろう。

なお、アバundance予想を研究するきっかけとなったのは、対数標準特異点を持つ Fano 多様体の標準因子が一般に半豊富にならないことを示した研究である。権業氏は、当初、上記の数値的に自明な半対数標準対について予想を仮定して結果を得ていたのだった。この研究はアバundance予想の興味深い応用と見ることが出来る。

標準因子公式の応用については、非特異射による非特異弱ファノ多様体の像もまた非特異弱ファノ多様体になることを示した。これは、条件

および結論を非特異ファノ多様体とした Kollár-Miyaoka-Mori の結果の一般化であるが、その証明法は正標数への還元であったので別手法による一般化である。問題自体は、標準因子公式とは無関係に見えるので意外性のある結果である。また、その研究と相まって、川又劣随伴定理の精密化にも成功している。

また標準因子公式と数値的小平次元がゼロの因子的対数末端対に対する極小モデル理論を巧みに応用することで、アバンダンス予想に関する次の結果を得た：もし、射影的川又末端対の対数標準因子について任意の動的曲線との交点数が正ならば巨大である、という性質が成り立つならば、アバンダンス予想は正しい。

以上述べたように権業氏は極小モデル理論において重要なアバンダンス予想の解決に向けて重要な業績をあげ、また、標準因子公式の高次元多様体の構造解明への意外性のある応用を見出した。いずれも質の高い研究業績であり、極小モデル理論、高次元代数多様体論の最新の手法を駆使してなされている。これは、権業氏がそれらの素養を充分身につけている証であるばかりでなく、自ら問題を見つけ、どのような手法でその問題にアプローチしてよいかを見抜くことに長けていることも示している。よって、論文提出者権業善範は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。

東京大学大学院数理科学研究科・准教授 高木寛通