別　紙　２

論文審査の結果の要旨

論文提出者氏名　河井　博紀

序

本論文は７章からなり、第１章は導入説明、第２章は２次元の N=2 超対称性を持つ Wess-Zumino 模型の概説、第３章は共形場理論の Landau-Ginzburg 理論による記述の解説にあてられている。第４章では格子上に超対称性を定式化する際の問題点に関して議論している。第５章では、N=2 超対称性を持つ Wess-Zumino 模型を格子上に定式化する新しい方法を提案し、その性質を詳しく記されている。第６章では、第５章の格子上での定式化を用いて、モンテカルロシミュレーションの実行方法とその計算結果の解析が述べられている。第７章では、この博士論文の結論が述べられ、結果に関する論考及び今後の展望への言及がなされている。

本文

２次元の共形場理論は、統計系の臨界現象を記述する理論としてだけではなく、超弦理論の世界面上の理論となるなど極めて重要な理論である。特に、超弦理論では、時空に N=1 超対称性を課すと世界面に N=2 超対称性共形場が実現されることが知られている。

共形場理論では、コンフォーマル対称性により相関関数の振る舞いを制限することで理論を「解く」ことが可能になるが、必ずしも対応するラグランジアン的記述が存在するわけではない。その中で、有限個のプライマリー場で代数が閉じているミニマル系列と呼ばれる共形場理論には、Landau-Ginzburg 的記述を可能とするラグランジアンとの対応が存在すると予想されている。例えば、N=2 Wess-Zumino 模型は，特定の超ポテンシャルの場合に、その赤外固定点で N=2 超対称性共形場理論のミニマル系列を記述することが予想されている。

本論文では、N=2 Wess-Zumino 模型を格子上に定式化し、これにモンテカル

ロシミュレーションの手法を適用して、相関関数の振る舞いを非摂動的に調べた。その結果と、N=2 超対称性共形場理論から予言される相関関数の振る舞いを比較する事で、N=2 Wess-Zumino 模型が N=2 超対称性共形場理論のラグランジアン的記述を与える事を確認した。この結果は同時に、数値的手法による共形場理論の解析という新しい手法を提案したことになっている。

本論文の第２章、第３章は、２次元 N=2 Wess-Zumino 模型および（超対称性）共形場理論の Landau-Ginzburg 的記述に関する解説であり、著者のオリジナルな研究ではないが、これらの問題に対する著者の知識や理解の深さを示す内容になっている。この２つの章で本論文の研究の意義や位置づけが明確になっている。第４章では、格子上に超対称性理論を定式化する事が困難である事情が詳しく議論されている。困難は２つあり、１つは格子フェルミオンのダブリング問題であり、もう１つは格子化による Leibnitz 則の破れの問題である。本論文では、ダブリング問題の方は、オーバーラップ･フェルミオンを用いることで解決している。オーバーラップ･フェルミオンを格子上の超対称性の定式化に適用することは既に先行研究があり、著者のオリジナルなものではないが、５章以降の計算を成功させるために必要な要素の１つであり、計算時間が余計に係るオーバーラップ･フェルミオンをあえて採用した著者の選択は評価される。また、格子超対称性理論の問題点やオーバーラップ･フェルミオンに関する著者の理解の深さが良くわかる内容である。連続理論では、Leibnitz 則は理論が超対称性を持つ事を示すための重要な性質であるが、格子化による Leibnitz 則の破れのため、格子上で超対称性を保つことは難しい。そこで、本研究では、Leibnitz 則が破れていても超対称性の一部が保てる方法として冪零な超対称性を利用する格子化の方法が採用されている。この方法はすべての理論に適用できる訳ではないが、N=2 のように高い超対称性を持つ場合には適用できる。この方法自体はやはり先行研究があり著者のオリジナルな仕事ではないが、この方法を用いた著者の選択の正しさとこの方法に対する著者の理解の深さとが窺われる内容になっている。

第５章以降が著者のオリジナルな仕事である。第５章では、冪零な超対称性を利用する格子化の方法を N=2 Wess-Zumino 模型に適用し、確かに超対称性の一部が保てることが示されている。先行研究に同様の方法で、N=2 Wess-Zumino 模型を格子上に定式化したものがあるが、そこで示された超対称性は on-shell のものであり、本研究はその超対称性を off-shell にまで拡張して

おり、その点はオリジナルなものと考えられる。著者は、この格子上で残っている（off-shell）超対称性と超ポテンシャルの形に依存する離散的対称性を用いることで、理論パラメタの微調整をしなくても、格子間隔をゼロにする連続極限で、N=2 の超対称性が回復する事を（少なくとも摂動展開の範囲で）示した。この点は著者のオリジナルであり、評価される結果である。

第６章では、第５章の結果を用いた格子上の N=2 Wess-Zumino 模型の数値シミュレーションの方法や結果が詳しく述べられている。第５章で、冪零な超対称性の方法を用いて格子上の N=2 Wess-Zumino 模型が定義されたが、この模型のフェルミオンを積分した有効作用は符号問題を持っているため、このままでは数値計算が難しい。そこで、著者は Nicolai 写像の方法を用いて、有効作用を符号問題の無い別の理論に書き換えてモンテカルロ·シミュレーションを実行した。Nicolai 写像を用いて符号問題を解決する可能性を指摘した先行研究はあったが、実際にそれを用いてモンテカルロ·シミュレーションを実行したのは本研究が初めてであり、オリジナルな業績である。Nicolai 写像を用いると、符号問題を解決するだけでなく、モンテカルロ配位間の相関を完全に消すことが出来る。この点は実用的には重要な結果である。この方法でモンテカルロ·シミュレーションを実行するには、Nicolai 写像を満たすスカラー場の配位を全て求める必要があるが、すべての解を求めたことを数値的に示すことは難しい。そこで、著者は格子理論の超対称性 Ward-高橋恒等式を用いてすべての解が求まっているかの指標とし、それを基に系統誤差を評価している。この方法は、超対称性 Ward-高橋恒等式の導出を含めて著者のオリジナルな研究成果である。以上の準備の下に、本研究では主に２つの物理量を計算している。はじめの物理量はスカラー場の帯磁率であり、その体積依存性からスカラー場のウエイトが求められ、その結果は超対称性共形場理論の予想する値と誤差の範囲で一致することが示された。この結果は、本論文の最も重要な結果であり、本研究の根幹をなすものである。もちろん、世界で初めての結果であり、オリジナルな研究成果である。２つめの物理量はカレントの相関関数であり、そこから central charge の決定を試みている。その値は理論から予想される結果である c=1 と矛盾しない結果であるが、数値誤差が大きく、まだ確定的な結果でないので残念である。誤差を減らす方法を考えて、高精度で central charge を決定するのが今後の課題であろう。

この論文の結果は、数値的手法による超対称性共形場理論の解析という可能

性を示したものであり、非常に価値があると思われる。先に述べた central charge の精度の向上と共に、数値計算の高速化が今後の重要な課題であろう。

結び

なお、本論文の第５章、６章の一部は、菊川芳夫氏との共同研究であるが、論文の提出者が主体となって計算と解析を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

よって本論文は博士（学術）の学位請求論文として合格と認められる。