論文の内容の要旨

論文題目　レプリカ対称性の破れと自由エネルギー地形の関係に関する理論的研究

氏名　中島　哲也

本博士論文は, 平衡状態のスピングラス理論の観点から, 自由エネルギー地形とレプリカ対称性の破れに関する考察を行ったものである. スピングラスとはランダムな磁性体の一種である. 相互作用に含まれるランダムネスが, 対象の複雑な性質を生み出している. またその複雑さの原因として, 自由エネルギー地形の複雑さが提案されている. そしてその自由エネルギー地形の複雑さは, 平衡状態に関する知見のみならず, 動力学やアルゴリズムに対するそれも与えてきた. その結果, ガラスや制約充足問題といった周辺領域に対して概念および具体的解析手法を提供している.

スピングラス理論では従来から, この自由エネルギー地形を理解するための鍵として, レプリカ対称性の破れという概念/手法を用いてきた. これは, 統計物理において従来から重要な役割を果たしてきた「対称性とその破れ」という枠組みで, 自由エネルギー地形の変化をとらえたものだと解釈されている. またレプリカ対称性の破れは, 元々, レプリカ法と呼ばれる解析手法を通じて発見され, 導入されたものである. しかし通常の対称性の破れと異なり, 概念としてのレプリカ対称性の破れと手法としてのレプリカ対称性の破れはしばしば混同され, 解決しがたい問題が未だ残っている.

そこで本論文では, この自由エネルギー地形に関する一般理論を, スピングラス理論の立場から模索することを試みた. ガラスや制約充足問題など, 周辺領域との関連性を意識

しながら議論する．特に, 疎結合模型と呼ばれる, ある種のランダムグラフ上で定義された模型に関する研究を行った．この疎結合模型は近年注目されており, キャビティ法という手法による解析が多く行われている．しかしキャビティ法は, あくまでこのような疎な模型にしか適用できない手法であるため, より一般の模型, 例えば有限次元模型などへの拡張を考えるうえでは不十分である．そこで本論文では, キャビティ法の解析を参照しながら, 疎結合模型におけるレプリカ法による解析を行った．

その結果として, 本文中の各章に述べるいくつかの結論が得られた．以下に主な内容を章ごとにまとめる．

第 1 章　導入

スピングラス理論を中心として, その周縁にあるガラスや制約充足問題について紹介する．特に, 従来スピングラス理論で議論されてきた自由エネルギー地形とレプリカ対称性の関係について簡単に整理する．

第 2 章　レプリカ法とキャビティ法

本章では, 以下の各章で必要となる概念および手法を導入する．レプリカ法とキャビティ法について, その手続きのみならず, 理論的仮定について丁寧に議論する．特に, レプリカ法の正当性, レプリカ対称キャビティ法と点集合相関との関連について述べ, 1RSB キャビティ法について簡単に説明する．

また 1RSB キャビティ法がよって立つ作業仮説に関する数値的検証として行った数え上げの数値計算の結果を示し, 1RSB キャビティ法という, レプリカ対称な解析の一歩先をいく試みの問題点について議論する．

第 3 章　コンプレキシティの多段階 RSB 模型への拡張

自由エネルギー地形の構造を反映した量として, コンプレキシティという物理量が注目されている．この量は通常, 一段階レプリカ対称性の破れという枠組みとの関連で議論されている．しかし一方で, 階層的レプリカ対称性の破れは自由エネルギー地形の階層性と対応し, 一段階に限らないレプリカ対称性の破れが起こりうる．そこで本章では, このコンプレキシティと階層的レプリカ対称性の破れの対応関係について議論する．そしてコンプレキシティを多段階レプリカ対称性の破れが起こっている場合に拡張する．これによって, 多段階レプリカ対称性の破れが起こることと, 純状態が階層的に配置することの対応が示される．

第 4 章　緩和現象の解析

本章では, 多体相互作用模型における緩和現象の解析についてまとめる．多体スピングラス模型の緩和現象は, 短時間での振る舞いと長時間でのそれに分けることができ, 短時間の振る舞いは相互作用によらないことを示す．また, モンテカルロ法により自己相関関

数や感受率の測定も行い, ここでもやはり短時間の振る舞いが相互作用によらないことを示す．また, 従来のスピングラス理論で特徴に挙げられている「磁場中冷却とゼロ磁場冷却の差」に有意な差はなく, むしろ測定量の違いが従来の実験を説明することを示す．これは, コンプレキシティを用いた解析から部分的に予言されるものをより定量的に検証したことになっている．

第 5 章　疎なランダムグラフでのモンテカルロアルゴリズム

多くの疎なランダムグラフは, 局所的に木構造を持つ．本章では, この局所構造を積極的に活用したアルゴリズムについて述べる．木の上では Belief Propagation が厳密になることを用いることで, グラフの周辺化を行う．この周辺化されたグラフ上でのマルコフ連鎖を書き下すことで, 一種のクラスターアルゴリズムを構成することが可能である．本章では, 疎なランダムグラフ上のモンテカルロ法について議論する．提案法による周辺化を行うことにより, シングルスピン更新のアルゴリズムより 10 倍程度性能が上がることを示す．

第 6 章　k-SAT の基底状態エントロピーの解析

k-SAT は, 計算機科学における重要な問題である．本章では, この解空間の構造を調べるため, レプリカ法によって基底状態エントロピーを解析する．結果として, SAT 解の空間が分割することを示す．また, Guerra の不等式と呼ばれる, レプリカ法の結果の変分的解釈についても簡単に触れ, 厳密化のために必要な点についても議論する．この議論は, レプリカ法の概念的側面と, 手法的側面を分離する試みと理解することができる．すなわち,「解空間の構造 = 絶対零度での純状態のありよう」を, レプリカ対称性の破れを導入することなく議論している．

最後に第 7 章では, 全体の総括を与えている．