

論文審査の結果の要旨

論文提出者氏名 中島 哲也

ランダム磁性体であるスピングラスの統計力学的研究は平均場理論を中心に発展してきた。その過程においてレプリカ法と呼ばれる解析手法からレプリカ対称性の破れの概念が生まれ、それを用いて複雑な自由エネルギー地形は特徴付けられることが明らかになってきた。近年では自由エネルギー地形の観点は、構造ガラスのガラス転移描像や制約充足問題の解空間の解析など関連する分野へ新しい視点を与えている。自由エネルギー地形の考え方は様々な問題に対して直感的な考察を可能にするために有用であるが、個々の問題において解析手法としてのレプリカ法やレプリカ対称性の破れが自由エネルギー地形の理解にどの程度本質的な役割を果たしているかは明らかではない。この関係を深く考察することが、本論文全体を貫く主なテーマである。

本論文は七章と付録からなり、第一章と第二章ではスピングラス研究や関連分野を概観し、本論文の問題意識を明確にしている。第三章では、コンプレキシティと呼ばれる自由エネルギー地形を特徴づけるための物理量についての新しい拡張が議論されている。第四章では、このコンプレキシティが動的な緩和現象の中で観測できることを具体的な数値実験により示されている。第五章では、新しいモンテカルロ・アルゴリズム法の提案と検証について、第六章では制約充足問題の解空間の構造の研究がそれぞれ述べられている。最後に、第七章で本論文のまとめがなされている。付録にはレプリカ法やキャビティ法の理論計算の技術的な点が丁寧に示されている。以下で、各章の内容をより詳しくみていくことにする。

まず、第一章で概論を述べた後、第二章において本論文で主に議論する疎結合モデルに対する解析手法であるレプリカ法とキャビティ法について説明される。両者の対応関係は部分的には確認できるものの、レプリカ対称性の破れの取扱いはそれぞれが別々の発展をしており、必ずしも整合性がとれているわけではない。その中で、研究が盛んなキャビティ法の発展形には仮定されている前提条件が必ずしも保証されないことを、この章の数値実験の結果から示し、レプリカ理論の進展の重要性を指摘している。

第三章では、自由エネルギー地形を特徴づける量としてのコンプレキシティに注目する。これは純状態の個数から決まるエントロピー量とみなすことができる。先行研究では1段階レプリカ対称性の破れに基づく計算手法がレプリカ法の枠組みで提案され、関連する分野で標準手法として適用されている。しかし、この理論的な枠組みは対象となる物理モデルの性質とは独立に与えられているために、モデルが多段階レプリカ対称性の破れを示すときにその計算手法の妥当性は不明である。そこで、中島氏はこれまでの手法を内包するように多段階レプリカ対称性の破れを計算手法の中に導入した。これにより、モデルが多段階レプリカ対称性の破れを示す際には、純状態の階層性に対応するコンプレキシティが導かれることが示された。また、具体的に多段階レプリカ対称性の破れを示す平均場スピングラスモデルの計算により、これまでの結果が補正されることと先行研究において解釈が曖昧であった点に自然な理解を与えることに成功した。

第四章では多体相互作用するスピングラスモデルの緩和現象について議論されている。自

由エネルギー地形が複雑になると、緩和現象は非常に遅くなることが予想され、多くの系においてその関連性が議論されている。近年、ガラス的挙動を示す系の除冷過程における到達可能な最低エネルギーには平衡状態エネルギーよりも有意に高い到達限界値が存在することが示唆され、その値は先に議論されたコンプレキシティが与えるとする解釈が提案されている。また、本論文でのレプリカ法の解析から、コンプレキシティは模型に含まれるランダムネスを表す変数に依存しないことが示されている。これらのことから、除冷過程での到達エネルギーはランダムネスに依存しないことが予想される。実際に数値計算により、除冷過程で得られるエネルギーがコンプレキシティからの予想値と一致することを確認している。さらにそこに至る初期緩和においても模型によらない、つまり強磁性模型でもスピングラス模型でも、同じ緩和現象を示すことが明らかにされた。これらの事実は動力学の立場から示されるべき性質ではあるが、平衡状態の知見から部分的に示唆できる点は興味深い。

第五章では、新しいモンテカルロ・アルゴリズムの模索を行っている。複雑な自由エネルギー地形を示す問題では、低エネルギーの探索が一般に困難になる。ここでは疎結合グラフ上の統計力学模型に対して、キャビティ法の考え方を部分的に取り入れたモンテカルロ法を構築し、緩和時間を従来法よりも $1/10$ 程度に小さくできることを示している。必ずしも質的に改善をもたらす方法には至らないものの、系の特徴を少しでも取り込むことにより自由エネルギー地形の探索能力が向上しうる例として注目に値する。

第六章では、制約充足問題である K-SAT 問題の解空間構造をレプリカ法により解析している。この問題は制約条件を増やすとき、解空間は分割し、複雑な自由エネルギー地形が実現されると考えられている。この章ではあえてレプリカ対称性の破れを用いず、レプリカ対称な手法のままで解空間の分割現象を導いた。この試みはレプリカ対称性の破れと自由エネルギー地形の複雑化は必ずしも同一視されるものではないことを表している。

以上のように、各章は個別の課題についての取り組みがまとめられ、必ずしも直接的な関連性は高いものではないが、全体として自由エネルギー地形の複雑さとレプリカ対称性の破れの関係性を探ることを目標とし、その上でアルゴリズムや動力学への知見を得ることを目指してきた。一般化されたコンプレキシティの導入や動力学への定量的な予言の検証はスピングラス理論の進展に重要な寄与をしており、より困難な問題である有限次元系へのレプリカ理論の展開のためにも意義があるものと認められる。

なお、本論文の内容の一部は、福島孝治氏との共同研究であるが、論文提出者が主体になって解析を行ったものであると判断される。したがって、本論文は博士(学術)の学位を授与するにふさわしい内容であると本審査委員会は全員一致で判定した。