

# 論文審査の結果の要旨

氏名 高吉慎太郎

微視的なハミルトニアンにより格子上で定式化された量子多体系から、その巨視的、普遍的性質を抽出する事は量子統計力学の重要な課題であり、スケール極限と繰り込みのアイデアに基づく様々なアプローチ、有効場の理論が提唱されている。特に1次元系は顕著な量子多体効果を呈し、豊富な解析的、数値的手法が適用可能であるなど、理論物理学としても豊かな分野を形成している。

本論文の主題は、1次元量子多体系とボソン化有効場理論の対応である。ボソン化は、Tomonaga-Luttinger (TL) 模型の研究等に伴い発展してきた手法であり、これまで多くの成果を収めている。本論文は、XXZ 鎖や2成分原子気体系などの具体的な1次元模型を諸種の数値的手法で解析し、繰り込み群や厳密解の帰結と比較、検証する事により、ボソン化有効場の理論の有効性を高め、妥当性を補強する結果を得ている。以下、各章ごとにその内容を概説する。

第1章では導入として、本論文の背景、動機、位置づけなどについて、数値解析の方法論にも言及しながら説明している。後半は各章ごとにその内容の要約を与え、論文全体の概観を提示している。

第2章ではスピン  $1/2$  XXZ 鎖のギャップレス領域での低エネルギー励起有効場理論が、自由ボソン理論(中心電荷  $c=1$  の共形場理論)で記述される事を解説している。理論のパラメーターとしては、XXZ 鎖では結合定数  $J$  とその異方性  $\Delta$ 、ボソン場の理論ではスピノン速度  $v$  といわゆる TL パラメーター  $K$  であり、後者は2体スピン相関のベキ減衰の指数と簡単な関係にある。章の最後では、関連する結果としてXXZ 鎖のスピン演算子のボソン化に現れるボソン化係数を2体相関の漸近形から決定した先行研究を紹介している。

第3章ではXXZ 模型のダイマー演算子のボソン化係数  $d_{xy}, d_z$  を決定している。これらは有効場理論による物理量の定量的評価で重要な役割を果たす定数である。方法としては、元のXXZ 模型にボンド交代的な成分を導入し、これにより生じた励起ギャップを数値対角化で求め、対応するボソン化有効場理論であるサイン・ゴールドン模型のソリトン質量公式と比較するというもので、本論文で初めて考案、適用された。主結果としてボソン化係数  $d_{xy}, d_z$  の  $\Delta$  (あるいは  $K$ ) 依存性を数値表としてまとめている。本章では更にこれに関する多くの問題の考察がなされている。例えば、XY 模型でのボソン化係数の解析的結果との照合や、スピン演算子のボソン化係数の決定などがある。後者については相関関数の漸近評価による先行研究があるが、本章の手法は計算がより簡便な励起ギャップからの算出を可能にしており、既知の結果との照合によりボソン化有効場理論の妥当性を補強している。本章の最後には、新たに求めたボソン化係数の応用例として、磁場中ダイマー化スピン鎖や4体相互作用のあるスピラダの基底状態相図、1次元 Mott 絶縁体の電気分極や光学伝導度の計算などが挙げられている。

第4章では等方的 Heisenberg 模型の結合定数にダイマー的変調 ( $\delta$  に比例) を導入し、更に次近接相互作用 ( $J_2$  に比例) を加えた模型を考察している。スペクトルはギャップを持ち、ボソン化有効場理論のサイン・ゴールドン模型は第1, 第2素励起の質量比が  $\sqrt{3}$  である事を予言する。本章ではスピンが  $1/2$  と  $1$  の場合に infinite time-evolving block decimation (iTEBD) という数値的手法を用いて上記の格子模型の励起エネルギー比  $r$  を求めている。それによると  $r = \sqrt{3}$  となる  $J_2$  は場の理論

でマージナル項が消える値に極めて近く、この点の周りで確かにサイン・ゴールドン理論による記述が妥当である事が示唆されている。また形状因子摂動論と繰り込みの議論を併せて  $r$  の  $\delta, J_2$  依存性をあらかず表式を導き、数値計算の結果と良く合致する事を示している。

第5章では1次元2成分原子気体に関する模型を扱っている。成分間斥力が弱い時にはボソン化有効場理論が良い記述を与える事、斥力の増大は粒子数密度が偏る密度差転移を誘起する事、特に密度差相は、2成分を up,down とみなした擬スピン系の強磁性と TL 液体が共存する相である事等を理論的な考察から示唆し、数値的に検証している。

第6章では論文全体の要約と展望が述べられており、今後の課題を挙げて結びとしている。

本論文は1次元量子多体系とボソン化有効場理論との対応に多くの新しい知見を提供するものであり、学位論文として十分な内容を持っている。

なお、本論文の3章の一部は佐藤正寛氏、5章の一部は同氏と古川俊輔氏との共同研究に基づくものであるが、論文提出者が主体となって解析、検討を行ったもので、その寄与は十分であると判断する。

以上の事から、博士(理学)の学位を授与できると認める。