

# 論文内容の要旨

## 論文題目：

Theory of optical responses in the ordinary  
and graphene quantum Hall systems

(2次元電子系およびグラフェン量子  
ホール系における光学応答の理論)

氏名 森本 高裕

1980年に発見された整数量子ホール効果は、2次元電子系において研究がなされ長年の歴史をもつ。これまでは主に、電極をつけたときのような伝導を示すかという静的な輸送の性質が調べられてきたが、光応答に焦点を当てた研究はまだあまりなされてきていない。それでは、量子ホール系に(レーザー)光を当てるとどう応答するだろうか。整数量子ホール効果はDCホール伝導度が量子化し平坦な構造(プラトー構造)を示す効果であり、理論的にはトポロジカルな不変量としての位置づけが可能であったが、DCホール伝導度の光学領域への拡張版である光学ホール伝導度がどのような振る舞いを示すか、静的応答のときの量子ホール効果に類似した効果を示すかは興味もたれる。また、光のエネルギー帯としては、量子ホール系のエネルギー・スケールはテラヘルツ光領域に当たる。近年、テラヘルツ光の実験技術は長足の進歩をしているので、量子ホール系の光応答を議論することが現実的になってきた。

一方で、最近、物性物理の分野でハイライトの一つとなっているのはグラフェンであり、これは蜂の巣格子をなす炭素原子であり、3次元的なグラファイトから原子一層をはがしたものである。半導体においては、2次元電子系(2DEG)は界面にできるが、グラフェンでは原子一層という2次元系であるが、より重要なこととして、グラフェンでは、フェルミ・エネルギー近傍の有効ハミルトニアンが、質量ゼロのディラック粒子と同じ形となり、様々に特異な物性が発生し、現在基礎物理として一大分野を拓きつつある。実際、質量ゼロのディラック粒子や蜂の巣格子系における整数量子ホール効果が、通常とは異なる異常なものであることは以前から理論的には知られていたが、現実の試料は2004-2005年にイギリスのガイム(Geim)の研究グループが初めて作成に成功し、異常な量子ホール効果も観測された。グラフェンのランダウ準位は、通常とは異なり、ランダウ指数  $n$  ではなく  $\sqrt{n}$  に比例(不等間隔)であり、磁場の強

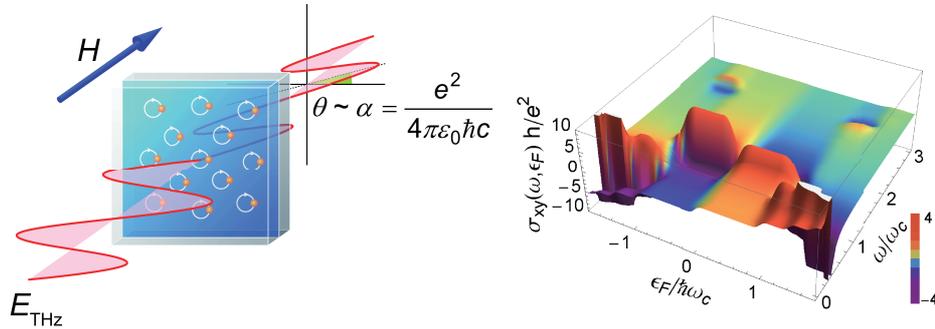


Figure 1: (左) ファラデー回転の概念図、(右) グラフェン量子ホール系の光学ホール伝導度  $\sigma_{xy}(\epsilon_F, \omega)$  の理論結果を  $\epsilon_F, \omega$  に対してプロット。

さ  $B$  ではなく  $\sqrt{B}$  に比例する。このようなディラック粒子の特異な物性が光学ホール伝導度がどのように反映されるかにも興味もたれる。

そこで本論文では、2DEG 及びグラフェン量子ホール系の光応答、特に光学ホール伝導度が興味深い物理量であることを示し、

1. 2DEG 及びグラフェン量子ホール系におけるファラデー回転、
2. 量子ホール系のプラトー転移の動的スケール解析、
3. AC 領域における  $\sigma_{xx}(\omega) - \sigma_{xy}(\omega)$  ダイアグラム、
4. 多層グラフェンにおけるファラデー回転

を初めて明らかにした。

#### ● 2DEG およびグラフェン量子ホール系の光学ホール伝導度の理論

2DEG 及びグラフェン量子ホール系において光学ホール伝導度は、量子ホール効果を示す静的なホール伝導度の光学版であるため、量子ホール効果のような特異な物理現象があらわれるか興味もたれる。そこで我々は、二次元電子系 (2DEG) 及びグラフェン量子ホール系の光応答 (光学ホール伝導度) を理論的に調べた。[1] 具体的な方法としては、不純物ポテンシャルを含んだ磁場中の系のハミルトニアンから厳密対角化により、波動関数とエネルギーを数値的に計算し、久保公式から光学ホール伝導度を求めた。この操作を数千のランダムに生成した不純物ポテンシャルについて行い平均化することによって、不純物下での光学ホール伝導度をえた。静的な量子ホール効果は微分幾何学的な理由付け (トポロジカルな理論と呼ばれる) が可能であるが、これは AC ホール効果には適用できない。つまり、量子ホール効果は光 (AC) でゆさぶると壊れそうに一見思えるのに、理論計算の結果、段の高さは AC においては量子化値からずれるものの、意外なことに、階段状の構造 (プラトー) が光学ホール伝導度に現れることが予言された。また、我々はグラフェンにおいても光学ホール伝導度の理論計算を行った。プラトー構造は、AC 領域でもやはり顕著に現れ、但し、サイクロトロン共鳴周波数は、グラフェン・ランダウ準位構造を反映した位置に現れることが見いだされた (図 1)。

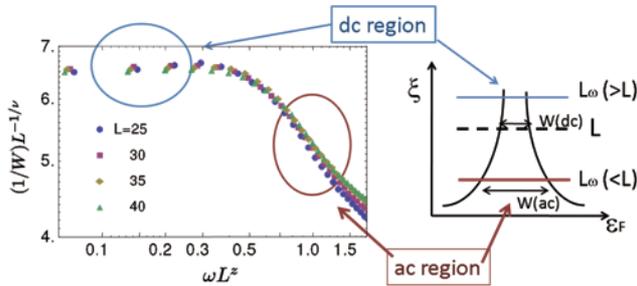


Figure 2: 光学ホール伝導度の動的スケーリング

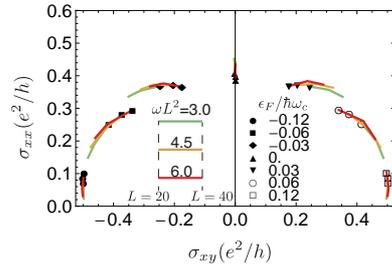


Figure 3:  $\sigma_{xx}(\omega) - \sigma_{xy}(\omega)$  ダイアグラム

実験的には光学ホール伝導度は透過光の偏光回転角、ファラデー回転として測定できる。磁場もしくは系の電子密度を変えながらファラデー回転の大きさを測定すると、階段状のプラトー構造があらわれ、この跳びの段差が、低周波数領域では微細構造定数程度となることが予言される。実際に AC プラトー構造は、我々の理論的提案の後、池辺、島野らによるテラヘルツ (THz) 領域でのファラデー回転測定によって 2 DEG に対して観測された。

#### ● グラフェン量子ホール系の動的スケーリング解析

我々は、光学ホール伝導度においてプラトー構造をみいだしたが、TKNN 公式のようなトポロジカル不変量としての議論は直には適用できない。そのため AC におけるプラトー構造の起源に対する理解を深めるために、不純物によるアンダーソン局在の観点から動的スケーリング解析をおこなった。通常量子ホール効果が生じる理由は、不規則性のために散乱された電子の波が干渉して動けなくなってしまうというアンダーソン局在の理論へと遡る。磁場中 2 次元電子系では、殆どの状態が局在して伝導に寄与しなくなるが、各ランダウ準位の中心に非局在状態が残るために、階段構造が発生する。プラトー構造が光領域にまで拡張されることは予想されていなかったが、局在の効果光学ホール伝導度に対して考察することにより、見出された階段状の振舞いが物理的に理解される。

具体的には、不純物下で系のサイズを変えながら 2DEG 及びグラフェン量子ホール系において光学伝導度を計算し、系のサイズと周波数に対してプラトー転移の幅  $W(\omega, L)$  に対する動的スケーリング解析を行った (図 2)。スケーリング仮説がよく当てはまり、電子の局在の長さスケールと入射光の周波数が決める動的な長さスケールのかねあいで、AC でのプラトー構造を理解できることがわかった。周波数を上げていくと、系のサイズが光学応答を決める DC 領域から、周波数が系を支配する AC 領域へのクロスオーバーが見いだされた。光の周波数が、サイクロトロン周波数の 1/10 程度にも及ぶ領域でも、AC 領域のスケーリングの性質からプラトーがのこることがわかり、実験的に観測された THz 領域のプラトーの物理的な意味を明らかにした [2]。

#### ● AC 領域における $\sigma_{xx}(\omega) - \sigma_{xy}(\omega)$ ダイアグラム

量子ホール系の DC 応答におけるアンダーソン局在を議論するには、ホール伝導度と縦伝導度の 2 パラメータダイアグラムの繰り込みの流れをみる Pruisken の方法がよく知られてい

る。 $\sigma_{xx} - \sigma_{xy}$  の組が系のサイズを大きくしていった時に、金属的な固定点から量子ホール絶縁体を表す固定点へと流れていくという量子ホール効果の物理的な意味づけで、どんな初期状態から出発しても熱力学極限へとむかうにつれて、全て量子ホール固定点に流れ込んで行くためプラトー構造が現れるという描像である。

そこで我々は動的スケールリング解析に加え、AC 領域におけるプラトー構造を物理的に理解するため、グラフェン量子ホール系において光学ホール伝導度と光学縦伝導度を計算することで、AC 領域での  $\sigma_{xx}(\omega) - \sigma_{xy}(\omega)$  の 2 パラメータスケールリングをおこなった (図 3) [3]。AC 領域においても定性的には DC と同じような固定点の振る舞いや、繰り込みの流れをみいだした。また周波数  $\omega$  を変えたときの流れの変化は動的スケールリングから理解できることを示した。この振る舞いが AC でも光学ホール伝導度のプラトーが強固たりえる物理的な基盤であると考えられる。

#### • 多層グラフェンにおけるファラデー回転

単層グラフェンの光学応答について議論したが、2 層グラフェンや 3 層グラフェンもそれぞれに特異な低エネルギー有効理論が実現しており、また実験的にも測定可能になってきたため興味を持たれる。2 層グラフェンにおいてはパラボリックなバンド構造を示すが、trigonal warping というバンドの歪みの効果から、低エネルギーでリフシツツ転移をおこし、4 つのディラックコーンがあらわれる。3 層グラフェンについては ABA と ABC という 2 種類の積層構造があり、それぞれ異なるバンド構造を示す。そこで我々は 2 層及び 3 層グラフェンの量子ホール系に対して初めて光学ホール伝導度をしらべた。2 層グラフェンについては光学ホール伝導度にもリフシツツ転移の影響が現れ、trigonal warping のために多彩な共鳴の構造が現れることを示した。3 層グラフェンの光学ホール伝導度については、ABA の場合は実効的に単層及び 2 層グラフェンの寄与の重ね合わせで理解できることを示し、ABC の場合は  $B^{\frac{3}{2}}$  に比例するサイクロトロンエネルギー (2DEG では  $\propto B$ ) を持つ共鳴の連なりが現れることを見いだした。

以上、本論文において 2DEG およびグラフェンの量子ホール系において、光学ホール伝導度について理論的研究をおこなった。これにより量子ホール系のファラデー回転を中心とした光学応答という新しい領域を拓いた。

- [1] T. Morimoto, Y. Hatsugai and H. Aoki, Phys. Rev. Lett. **103**, 116803 (2009).
- [2] T. Morimoto, Y. Avishai, and H. Aoki, Phys. Rev. B **82**, 081404(R) (2010).
- [3] T. Morimoto, and H. Aoki, arXiv:1108.1898.