論文審査の結果の要旨

氏名　　伊藤　敦

論文提出者 伊藤　敦氏は、Seshadri 定数を評価する方法を研究し、いくつかの場合に評価式および正確な値を求めることに成功した。

Seshadri 定数は 1990 年に Demailly が定義した不変量である。その値は藤田予想や Kähler-Einstein 計量の存在などと関係し重要である。しかし、その正確な値の計算は難しく、知られている結果はすくなかった。

射影的代数多様体 X と豊富因子 L および X 上の点 x を与えると、Seshadri 定数 $\epsilon(X, L; x)$ が商 $(L \cdot C)/\mathrm{mult}_x C$ の下限として定義される。ここで、C は x を通るすべての曲線をわたる。定義は簡単であるが、すべての曲線を考えなければならないので計算は難しい。Seshadri 定数を上から評価するには、X 上に曲線 C を具体的に構成することが必要である。一方、下から評価することは豊富因子 L の正値性がある一定値以上あることを主張するという幾何学的意味がある。

Seshadri 定数は下半連続性を持つので、X 上の非常に一般の点で最大値をとる。ここで非常に一般の点とは、可算個の真の閉集合の合併に入らないような点のことである。伊藤　敦氏は、まず X がトーリック多様体である場合を考え、非常に一般の点での Seshadri 定数の上および下からの評価を得た。ここで、X がトーリック多様体であっても、点 x でブローアップした多様体はもはやトーリック多様体ではないので、Seshadri 定数の計算は容易ではないことに注意する。

定理 1. 整数点を頂点に持つ有理多面体 P を考え、これに対応する射影的トーリック多様体を X_P、豊富因子を L_P とする。このとき、非常に一般の点 x に対して以下の評価式が成り立つ：

$$s_1(P) \le \epsilon(X_P, L_P; x) \le s_2(P).$$

ここで、$s_1(P)$ および $s_2(P)$ は有理多面体 P から容易に計算できる量である。

さらに論文提出者 伊藤　敦氏は、トーリック退化の方法を使うことによって、さらに一般的なある種の多様体のクラスに対しても Seshadri 定数の下からの評価式が拡張できることを証明した。ここで、トーリック退化とは射影的多様体の平坦な族で、退化ファイバーが非正規なトーリック多様体になるようなものである。Seshadri 定数の下半連続性と、非常に一般的な点での Seshadri 定数は正規化で不変であることを使うと、下からの評価式が得られるのである。

応用として、３次元の場合をすべて含むようなある種の Fano 多様体に対しては Seshadri 定数の厳密な値が計算できることを示した：

定理 2. 以下のような *Fano* 多様体に関しては、非常に一般の点における *Seshadri* 定数が具体的に計算できる：

（１）射影空間のなかの完全交差多様体で方程式が非常に一般の係数を持つもの。

（２）３次元の場合。

さらに 伊藤　敦氏は、非常に一般的な点を複数とった場合の一般化された Seshadri 定数についても同様の評価式が成り立つことを示した。

そのほか、以上の議論の応用として、Cayley 多面体の特徴付けを証明した。

以上に述べたように 伊藤　敦氏の得た結果は代数幾何学への重要な貢献である。よって、論文提出者　伊藤　敦　は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。