

論文審査試験の結果の要旨

氏名 糸崎 真一郎

糸崎真一郎の学位論文は、非コンパクトな多様体上のラプラス作用素、シュレディンガー作用素のスペクトル、散乱理論についての氏の研究成果をまとめたものである。

コンパクトなリーマン多様体上のラプラス作用素、シュレディンガー作用素は、一般に離散的なスペクトルを持ち、すべてのスペクトルは固有値である。この固有値、固有関数の性質を調べるのが閉多様体上のスペクトル理論であるが、非コンパクトな場合は、一般に連続スペクトルを持ち、そのスペクトルの性質はコンパクト多様体の場合と大きく異なる。連続スペクトルの性質はシュレディンガー方程式（あるいは波動方程式）の解の長時間の挙動に関係し、そのような解の挙動を通して作用素の性質を研究するのが散乱理論である。これまでスペクトル・散乱理論が研究されてきた主な非コンパクトな多様体は、無限遠方で双曲的な多様体と、ユークリッド的（錐的）な多様体である。特に、無限遠で漸近的にユークリッド的な多様体は、R. Melrose により散乱多様体と呼ばれて、散乱行列の超局所的性質と境界多様体の幾何学的性質との関係などが研究されてきた。

この学位論文においては、主にふたつの対象が扱われている。ひとつは、長距離型摂動を持つ、つまり錐的構造への収束の仕方が遅い場合の散乱多様体のスペクトル・散乱理論であり、もうひとつは、散乱多様体を拡張した、無限遠で多項式状の増大度を持つ多様体のスペクトル・散乱理論である。

第一の研究テーマは、散乱理論においては長距離型散乱理論として知られる問題に属し、L. Hörmander らの研究に源を持つ。古典力学系のハミルトン・ヤコビ方程式の解を用いて修正波動作用素を構成して散乱理論を構成する必要がある、技術的に困難な問題である。この学位論文では、かなり一般的な状況の下で上記の修正波動作用素を構成し、波動作用素の存在を証明した。

第2の研究テーマの、多項式状の増大度を持つ（リーマン）多様体の集合は、ある意味で散乱多様体と、漸近的に双曲的な多様体の間を埋める多様体のクラスである。糸崎真一郎は、一般的で自然な仮定の下で波動作用素の存在と完全性を示した。ここでは、あるクラスの長距離型摂動の場合を含んでいる。さらに、特定の形（ $\alpha > 1$ で漸近的に $r^{2\alpha}$ の形）の計量の場合に散乱行列の超局所的の特異性を研究し、散乱行列が波面集合を不変にする、という、散乱多様体の場合とは著しく異なる性質を持つことを証明した。

以上の研究業績により、論文提出者 糸崎真一郎 は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。