論文審査の結果の要旨

氏名：柿澤　亮平

柿澤 亮平氏は本論文においてバナッハ空間上で半線形放物型発展方程式を考え、その時間発展する解が時間とともにどのような定常解に近づくかという漸近挙動の問題に関して顕著な成果を挙げた。すなわち、今考察している時間発展する解がどのような定常解に時間とともに収束するのかを空間領域 Ω の有限の点のみの解の挙動を調べるだけで決定するという半線形放物型方程式の確定節点（determining nodes) の問題を考察した。このような確定節点の問題は 1980 年代に Foias, Temam によってナヴィエ・ストークス方程式に対して考えられた。応用上からは、定常状態が一意的とは限らない場合に、有限個の点での情報からそれを決定する問題としてその重要性は明らかである。そのような時間発展する解の収束先を決定する問題は、Foias-Temam の論文以降、さまざまな研究者によって個別の方程式に限って研究され以下の結果が証明されていた：有限個の点が十分密に分布している（すなわち、相互に距離が十分小さい）ならば、そのような有限個における解の時間 $t > 0$ におけるデータが一致すれば、収束する定常解も同じである。

しかし、一般的な理論はなく、証明はそれぞれの論文で考えられている半線形放物型方程式に依存するものであった。柿澤氏は本論文第一部において一般のヒルベルト空間における半線形放物型発展方程式に対して、確定節点による定常解の一意性を証明し、従来の結果を一般化した。第一部では状態空間としては $L^2(\Omega)$ を考えている。このような L^2-理論は取り扱いは簡単であるものの、非線形方程式を扱う際に不可欠な非線形項の評価ためには不都合であり、状態空間としては $p \neq 2, > 1$ として、$L^p(\Omega)$ を考えて、確定節点の理論を構築することが望ましい。しかしながら、そのような L^p-理論は空間自体がヒルベルト空間の構造を有していないことから、さまざまな困難がある。柿澤氏は証明に必要な評価をより精密にして、そのような困難を克服して、確定節点の L^p-理論を確立し、より広範なバナッハ空間上における半線形放物型発展方程式に研究対象を広げた。

さらに、数値解析や工学・産業への応用の観点から既存の研究に関しては以下の問題点があった：

- (境界条件の多様性) Dirichlet 境界条件や周期境界条件を除き, 例えば, ナヴィエ・ストークス方程式に重要な役割を果たすナヴィエの境界条件などの物理学的に重要な境界条件が考察されていない。
- (漸近挙動の収束率) たとえ確定節点の存在が証明されたとしても、時間大域的な解の漸近挙動がどのような収束率で一致するかどうかは不明である。

これらの課題に関しても、柿澤氏は本論文において発展方程式の理論を駆使して一般的な枠組みで解決し、既存の研究成果を深化・発展させた。

最後に本論文の第三部では、ナヴィエ・ストークス方程式の混合型境界値問題に関して定常解の存在を L^p-空間で証明し、確定節点の問題に関連づけた。

柿澤氏の本論文は応用上からも重要な確定節点の問題に関して、決定的な成果を確立したものである。よって、論文提出者　柿澤亮平　は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。

主査: 教授、山本　昌宏