論文審査の結果の要旨

氏　名　　　千葉 優作

本論文では複素射影代数的多様体内の正則曲線の値分布を論じ、主結果は、第 2 章〜4 章で述べられている。初めの二つでは正則曲線のネヴァンリンア理論を扱い、第 4 章では小林双曲的多様体の理論を扱っている。

ネヴァンリンナ理論では、柱となる定理が二つあり第 1 主要定理・第 2 主要定理と呼ばれる。これらは、対象とする正則曲線の位数関数と個数関数についての関係式で互いに逆の評価を与える、相互補完の関係にある。特に第 2 主要定理が重要で、例えば古典的なピカールの定理（整関数が値として 2 点を除外すれば定数）などはこれから従う。第 2 主要定理が確立されているのは、$\mathbb{P}^n$ と超平面和の場合、つまり線形の場合（H. Cartan, 1933; Nochka, 1983）、非線形な場合として準アーベル多様体の場合 (Noguchi-Winkelmann-Yamanoi, 2002〜2008) などしかない。

第 2 章では、$\mathbb{P}^n$ の非線形ではあるが特別な超曲面と整曲線 $f:\mathbb{C}\to\mathbb{P}^n$ に対して新しい第 2 主要定理が示されている。方法的には、J.-P. Demailly による "射影的有理型接続" が重要な役を果たす。ここでは、扱う超曲面は単純正規交叉と仮定される。そうでない場合についても、$\mathbb{P}^2$ の場合に新しい第 2 主要定理を証明できた。非正規交叉の場合については、Nochka の仕事があるがそれとは異なる形の評価式になっている。

第 3 章では、$\mathbb{P}^1$ の直積である $\mathbb{P}^1\times\mathbb{P}^1$ の場合をトーリック多様体の理論を用いて扱った。これにより、先行する結果 (Noguchi, 2011) で附されていた特別な条件を除くことが出来た。ここでは、有理型接続としては代数的トーラス $(\mathbb{C}^*)^2$ 上の平坦接続（境界で対数的極をもつ接続）が使われる。2 次元ではあるが、非線形な場合を扱っておりその点が新しい。一般次元のトーリック多様体を扱うのは今後の重要な課題である。

第 4 章では、小林双曲性、小林双曲的埋め込みの問題を論じている。上述の H. Cartan の第 2 主要定理からの帰結として、$\mathbb{P}^n$ から $2n+1$ 個の超平面の正規交叉を持つ和の補集合は小林双曲的に $\mathbb{P}^n$ に埋め込まれていることが知られている (Fujimoto, 1972). このことより、$\mathbb{P}^n$ 内の一般の次数 $2n+1$ の超曲面の補集合は、$\mathbb{P}^n$ に小林双曲的に埋め込まれているだろうという予想がある（小林予想、1967）。この予想は、大変難しく現在でも未解決である。一般次元で、少なくともそのような超曲面が存在すること (Masuda-Noguchi, 1996), $n=2$ の場合にフランス学派による次数が大きい幾つかの最近の結果が知られている程度である。

ここでは、一般 n 次元の代数的トーラス T 上に一般の既約因子 D をとり、ある組み合わせ的な条件の下で $T\setminus D$ が、あるトーリック多様体に小林双曲的に埋め込まれることを証明した。ここでは準アーベル多様体内の整曲線に対する退化定理 (Noguchi,

1998) が有効に使われる。この系として、$\mathbb{P}^n$ から $n+1$ 個の一般の位置にある超平面と位数 n の既約超曲面の和について上記小林予想が成立していることが結論される。この結果は、一般次元 n で、既約成分の個数が Fujimoto の $2n+1$ の約半分である $n+2$ であって、次数はオプティマルな $2n+1$ である、という意味で現在先端を行っている。

以上要するに、本論文では射影代数的多様体への正則曲線に対するネヴァンリンア理論、特に第 2 主要定理について新しい重要な成果をあげ、小林双曲的多様体の理論における重要な未解決問題である小林予想について部分的ではあるが一般次元で意義深い結果を出している。よって、論文提出者 千葉 優作 は、博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。