

論文審査の結果の要旨

氏名 大川 新之介

論文提出者 大川 新之介氏は、森夢空間の一般論の研究を行い、いくつかの基本的な結果を証明した。とくに、森夢空間の全射像は再び森夢空間になることを証明した。この結果は、たとえば極小モデル理論に出てくる森ファイバー空間や飯高ファイバー空間に応用することができるので有用である。

森夢空間の概念は2000年にHu-Keelが導入した。Hu-KeelはGITにおける偏極の変形の研究から森夢空間の概念に到達した。しかしそのあと大きな進展はなかった。最近になってBirkar-Cascini-Hacon-McKernanが標準環の有限生成定理の応用の一つとして、KLT log Fano 多様体は森夢空間になるということを証明し、この概念が再び注目を集めることになった。

一般の代数多様体上では因子の線形系の振る舞いは複雑で、いつもよい性質を期待できるわけではない。しかし極小モデル理論では、標準因子 K_X またはその対数版 $K_X + B$ が重要な役割を持ち、これらの因子に限ればその線形系の振る舞いはよいことが期待できる。森夢空間とは、任意の因子の線形系がよい振る舞いをするような特殊な多様体として定義される。

森夢空間は、そのCox環（または全座標環）が有限生成になるような正規射影的代数多様体と定義される。Hu-Keelは森夢空間上では、任意の因子 D に対して D -極小モデル・プログラムを考えることができ、フリップの存在と終結をこめてすべての主張が成り立つことを証明している。

論文提出者 大川 新之介氏は以下の定理を証明した：

定理 1. 正規な射影的代数多様体の間の射 $f : X \rightarrow Y$ で全射になっているものを考える。 X は森夢空間であると仮定する。このとき以下が成り立つ：

(1) Y も森夢空間である。

(2) 埋め込み写像 $f^* : \text{Pic}(Y)_{\mathbb{R}} \rightarrow \text{Pic}(X)_{\mathbb{R}}$ によって X のファンを $\text{Pic}(Y)_{\mathbb{R}}$ に制限すると、 Y のファンになる。

さらに論文提出者 大川 新之介氏は、森夢空間の研究に関連して KLT log Fano 多様体の特徴付けを研究した。Schwede-Smith は標数 0 の KLT log Fano 多様体 (X, B) に対して、 X は大域的に F -正則タイプになることを証明した。このこと、代数多様体が大域的に F -正則タイプであるとは、ほとんどすべての素数 p に対して、標数 p 還元をしたときに構造層が Frobenius 写像に対して分裂するということによって定義される。大川 新之介氏は Schwede-Smith の定理の逆を考え、2次元の場合にはそれが成り立つことを証明した：

定理 2. 正規で射影的な代数曲面 X に対して、もしもこれが大域的に F -正則タイプであるならば、 X 上に \mathbb{Q} -因子 B が存在して、 (X, B) が KLT log Fano 多様体になる。

以上に述べたように 大川 新之介氏の業績は代数幾何学に重要な貢献している。よって、論文提出者 大川 新之介 は、博士(数理科学)の学位を受けるにふさわしい十分な資格があると認める。