

## 審査の結果の要旨

論文提出者氏名 廣瀬 善大

近年、大量のデータを扱う統計解析の必要性が高まるとともに、線形回帰モデル等において、パラメータの選択と推定における正則化とを同時に行う手法がいくつか提案され新たな展開を見せている。なかでも最小角回帰と呼ばれる線形回帰に関する手法はユークリッド幾何の枠組みを用いて構成されている。研究の進んでいる線形回帰モデルのみならず、より一般の統計モデルに対してもパラメータの選択と推定の正則化とを統計モデルの構造を生かして行う手法の開発が必要となっている。

本論文は「Dimension Reduction Based on the Geometry of Dually Flat Spaces」（双対平坦空間の幾何学に基づいた次元削減）と題し、6章よりなる。

第1章「Introduction」（序論）では、正規線形モデルにおけるパラメータの次元削減と推定のための手法である、最小角回帰、Least Absolute Shrinkage and Selection Operator（LASSO）、リッジ回帰について触れるとともに、これらの手法のより一般の統計モデルへの拡張の必要性について述べている。双対平坦空間上で情報幾何の意味での角の二等分線が定義できることに基づく、本論文での提案手法である二等分線回帰（Bisector Regression）の概略について説明するとともに、論文の構成について説明している。

第2章「Preliminaries」（準備）では、研究の基礎となる最小角回帰と情報幾何に関する基本事項について概観している。まず最小角回帰についてアルゴリズムと特徴とを説明し、LASSOとの関連について述べている。次に情報幾何について、双対平坦空間がユークリッド空間の自然な一般化であること等、第3章以下で必要になる事項について説明を与えている。さらに、モデル選択のための情報量規準の構成に必要なパラメータ推定における自由度の評価に関する先行研究を、LASSOとリッジ回帰の場合について紹介するとともに、最小角回帰における自由度の評価について考察している。

第3章「Generalized Linear Regression」（一般化線形回帰）では、一般化線形回帰モデルに対する二等分線回帰の手法を提案している。一般化線形回帰モデルは、正規分布に基づく通常の線形回帰モデルやロジスティック回帰モデルなどを含む応用上重要なモデルのクラスである。このクラスに含まれるモデルは指数型分布族であり、モデル多様体は双対平坦空間となる。このことに基づいて二等分線回帰を定式化している。また、飽和モデルにおける最尤推定値から出発してよりパラメータ数の少ないモデルへ次元削減を行っていくことにより、最小角回帰の直接的な拡張で生じる問題点を修正することに成功している。さらに線形回帰モデルとロジスティック回帰モデルに二等分線回帰を適用してその挙動を数値的に評価している。

第4章「Contingency Tables」（分割表）では、分割表モデルに対し二等分線回帰の手法を用いることにより次元削減の方法を提案している。分割表解析における飽和モデルは多項分布であり、これが指数型分布族であることを利用して二等分線回帰の手法を適用している。第2章の一般化線形回帰では、未知のパラメータは回帰係数でありすべてのパラメータは平等に扱われた。これに対し、分割表モデルのパラメータ推定においては、次数の異なる交互作用に対応する形で定義されたパラメータを用い、次数によりパラメータをグループ分けしてモデルに階層構造を与えている。これらのパラメータは分割表の各周辺分布の期待値と対になる自然パラメータとなっている。提案手法では、次数の高い交互作用に対応するパラメータのグループから次数の低いグループへと順に推定を行うことにより自然な次元削減

を可能にしている。さらに、提案手法を実データに適用している。本章の結果は、ロジスティック回帰以外の離散変数を扱う統計解析にも二等分線回帰の手法が有効であることを示している。

第5章「Edge Selection in Gaussian Graphical Models」（ガウス型グラフィカルモデルにおける辺選択）では、グラフィカルモデルにおけるグラフ構造の二等分線回帰を用いた推定方法を与えている。グラフィカルモデルにおいて飽和モデルは多変量正規分布モデルであり、未知のパラメータは期待値ベクトルと分散共分散行列である。グラフィカルモデルの辺の選択は、分散共分散行列の逆行列の成分のうち非零のものを選択することに対応する。そこで、期待値ベクトルの推定値は最尤推定値として固定し、分散共分散行列の空間が双対平坦空間となることに基づいて二等分線回帰の方法を適用することにより、パラメータの次元削減の方法を構成している。さらに、提案手法を実データに適用している。本章の結果は、回帰問題以外の連続変数を扱う統計解析にも二等分線回帰の手法が有効であることを示している。

第6章「Conclusion」（結論）では、5章までの結果をまとめ、二等分線回帰が統計科学において果たす役割について触れている。

以上を要するに、本論文は、パラメータの次元の削減と推定の正則化を、双対平坦空間の情報幾何を用いて統計モデルの構造に即して行う新たな枠組みを与えたものであり、数理工学に貢献するところが大きい。

よって本論文は博士（情報理工学）の学位請求論文として合格と認められる。