

論文の内容の要旨

数値的手法による代数的対称性をもつ

行列の分解法に関する研究

A Numerical Method

for Simultaneous Decomposition

of Matrices with Algebraic Symmetry

氏名 前原 貴憲

本論文では行列の同時ブロック対角化問題とよばれる問題を扱う。これは同じサイズの複数の実（または複素）正方行列が与えられたとき、それらを同時にブロック対角化する直交（またはユニタリ）行列を求める、という問題であり、数学・工学・物理などの様々な分野で研究・応用されている基本的かつ重要な問題である。

本論文の目的は、この問題に対する幅広い応用問題へと適用可能な数値的な手法の構築を行うことである。この目的のためには分解の細かさに関する理論保証を与えること、入力の数値誤差を含むことを、理論・手法の段階で考慮すること、そして上に述べた2つの条件を満たしながら現実的な計算時間で動作することの3つの条件を満たす手法の構築が必要となる。

同時ブロック対角化問題に対する数値的手法は、これまでに数値計算分野、信号処理分野、最適化分野の3つの分野で研究されていたが、数値計算分野と信号処理分野の手法は分解の細かさに関する理論保証がなく、より細かく分解できるものであっても、そのような分解を求めるとは限らない手法であった。一方、最適化分野の手法は最細性の保証はあるものの、入力の数値誤差を含みうることは考慮されていなかった。代数的な議論では、入力の数値誤差を含む場合は、それ以上分解できない、という結果が正しいのであるが、具体的な問題に応用するためには数値誤差を含む場合にも何かしらの有用な出力を与える必要があるのである。

本論文では1, 2の課題の解決のため行列*代数とその交換子代数の理論と、線形代数的な不等式評価を組み合わせた手法を提案する。そして、この手法を大規模行列の固有値問題に帰着し、固有値計算法としてよく知られた Lanczos 法を適用することによって3の課題を解決する。提案手法と従来用いられてきた同時ブロック対角化手法について具体的な数値例で比較することにより、提案手法が理論だけでなく実用的にも有用であることを示す。また、提案手法を5つの具体的な応用問題に対して適用し、提案手法が実際の問題に対して有用な手法であることを示す。