

論文の内容の要旨

論文題目：CP³上のジャイアントマグノンと AdS/CFT
対応

(Giant magnons in CP³ and the AdS/CFT correspondence)

氏名 田中裕彬

AdS/CFT 対応とは、 $d + 1$ 次元の anti de-Sitter (AdS) 空間を背景とした重力理論と、 d 次元の共形場理論 (CFT) 等価であるという予想である。特に次元を明記する場合は、 $\text{AdS}_{d+1}/\text{CFT}_d$ 対応のように書くことにする。この対応の大きな特徴は、強/弱結合対応である。片方の理論が摂動的に扱える (弱結合) とき、もう一方の理論は摂動論が有効でなくなってしまう。

この性質は応用面では非常に役に立つ。例えば、強結合の場の理論の解析は、弱結合の重力理論を調べることにより可能になる。逆に、量子補正が強く古典的に扱えないような重力理論を、場の理論で摂動的に取り扱うことができる。実際に QCD や物性理論への応用が前者の例として研究が行われ、後者の例としては量子重力理論への応用が行われている。

一方で、AdS/CFT 対応が本当に正しい双対性なのかどうかを検証するという課題が残されている。両者の理論の対応を調べることは、AdS/CFT 対応が強/弱結合対応であることにより一般に難しい。

この困難を乗り越えるために、可積分性という性質を手がかりにした AdS/CFT 対応の解析が近年盛んに研究されている。 $\text{AdS}_5 \times S^5$ 背景上の IIB 型超弦理論と 4 次元 $\mathcal{N} = 4$ 超 Yang-Mills 理論には、可積分性という非常に高い対称性が出現することが知られている。この対称性に着目することで、厳密なスペクトラムを求め、比較することが可能になる。また、可積分性を持つ AdS/CFT 対応の新たな例として、近年 $\text{AdS}_4 \times \text{CP}^3$ 背景上の IIA 型超弦理論と 3 次元 $\mathcal{N} = 6$ 超 Chern-Simons 理論 (ABJM 理論) の間の双対性が発見された。

まず、最も簡単なスペクトラムの比較は、BPS 状態に関するものである。BPS 状態とは、超対称性が一部破れずに残っているような状態であ

り、そのおかげで量子補正を受けないことが知られている。例えば、弦理論側では \mathbb{CP}^3 内部空間の中を点状に潰れて回転しているような弦がそうである。ABJM 理論の側では $\text{tr}(Y^1 Y_4^\dagger)^J$ というトレース演算子がこれに対応する。両者のチャージを比べると、弦のエネルギー とトレース演算子の共形次元 Δ の一致、弦の角運動量 J とトレース演算子の R チャージ J の一致が見て取れる。

BPS でない状態は、BPS から励起した状態と見ることができる。弦の解に対しては BPS 解からの励起を考えることができ、古典的にはソリトン解になっている。ABJM 理論の演算子では BPS 演算子の Y^1 の Y^2 や Y^3 への置き換えや、 Y_4^\dagger の Y_2^\dagger や Y_3^\dagger への置き換えが考えられる。特に ABJM 理論の演算子はスピン鎖系と同一視することができる。そのため、ABJM 理論側ではこのような演算子の置き換えをマグノン (magnon) と呼ぶ。

これらのソリトンやマグノンは複数個あるときに、互いに相互作用をしている。弦の角運動量 J とトレース演算子の R チャージ J は対応する物理量であるが、これを無限にとることによりソリトン/マグノンを漸近的に扱うことができる。この極限のもとで、弦の世界面の空間方向は無限大に広がり、ABJM 理論の演算子も無限の長さを持つスピン鎖に相当する。

この博士論文では、可積分な $\text{AdS}_4/\text{CFT}_3$ の漸近領域における検証についての研究成果について取り上げている。AdS 側では、弦の BPS 解からの励起であるソリトン解 (ダイオニック・ジャイアントマグノン解) の性質を漸近極限で調べた。具体的には、2 ソリトン解を実際に構成し、ソリトンどうしの散乱時の位相のずれを、ソリトン-反ソリトンの束縛状態が存在しないという仮定のもとで計算した。この仮定が実際に成り立つかどうかを示すのは難しいが、少なくともドレッシング法で作られる解の中にはそのような解が存在しないことを示した。

一方で、1 つ 1 つのマグノンに対する S 行列の結合定数のオールループでの厳密な表式は、スピン鎖の持つ対称性等の仮定を置くことによりある程度予想することができる。我々は厳密な S 行列の仮定のもとで、複数のマグノンが形成する束縛状態に対し、散乱による位相のずれの計算を行った。その結果、ダイオニック・ジャイアントマグノン解とマグノンの束縛状態において、散乱による位相のずれ (オールループの S 行列を仮定) は一致しないが、散乱によるずれと伝播による位相のずれを合わせたものが、ソリトン-反ソリトンの束縛状態の非存在の仮定のもとで一致することを見た。この検証はソリトン/マグノンの励起の方向について場合分けして行ったが、4 つの場合全てにおいて同様のことが言え、AdS/CFT 対応を示唆する結果を得られた。