

論文審査の結果の要旨

氏名 田中 裕彬

弦理論における近年の最も大きな発展は、異なる次元で定義されたゲージ理論と重力理論 (閉弦理論) の間の驚くべき等価性の発見とその展開である。その典型的な例は、4次元の超共形ヤン・ミルズ理論と10次元の AdS(反ドジッター) 時空中の閉じた超弦の理論の対応であり、精密な証拠が次々と得られている。もうひとつの重要な例として、あるクラスの3次元共形場理論と弦理論の背後に存在する11次元の M 理論の対応の予想がある。そして近年この共形場理論の正体が物質場と結合した Chern-Simons 型のゲージ理論 (ABJM 理論と呼ばれる) であることがわかってきたことを契機として、盛んに議論されるようになってきた。しかしながら、このゲージ理論は本質的に強結合理論であり、また M 理論自体の11次元超重力理論の古典論を超えた量子的定式化が確立されていないため、それらの対応の理解は上記の典型例の場合に比べて非常に困難であり不十分である。

この困難を緩和するひとつの方法は、11次元の M 理論が実質的に一次元分コンパクト化され、曲がった背景時空中の10次元の弦理論で十分よく記述されるようになる適切な極限を考えることによって、問題を単純化することである。実際この極限では、上記の典型例の解析で開発された方法を拡張することにより、理論のスペクトルの対応が検証されてきている。本学位論文は、こうした先行研究を踏まえながら、系の素励起の散乱の位相のずれという、スペクトル間の対応を超えたよりダイナミカルな物理量に着目し、高度な数理物理的手法を用いてその対応を検証するという新しい試みを行ったものである。

本論文は、本論5章と技術的な補遺から構成されている。以下その概略を述べながら、本論文の審査の要旨を述べる。

第1章は序論であり、本研究の動機と意義、および背景となる事柄のコンパクトな記述がなされていると共に、本論文全体が概観されている。

第2章は、3次元の超共形ゲージ理論 (ABJM 理論) の基本的性質がまとめられている。理論の作用、そこに現れる基本的な場の演算子、および理論の持つ重要な対称性の説明の後、ゲージ不変な複合演算子の量子的な次元を決めるディラレーション演算子が、少なくとも摂動論の低次で、物性論で現れる可解なスピン鎖のハミルトニアンと数学的に同型になることがレビューされている。

このことから、ABJM 理論の性質を知るには、スピン鎖上で生ずるマグノンと呼ばれる素励起の物理を明らかにすることが重要になるが、第3章では、その方法に関する先行研究の結果が述べられ、最後にそれに基づいて、マグノンの束縛状態同士の散乱の位相のずれという新しい量が計算されている。このマグノンの励起は弦理論側では、弦の上で起こる古典的なソリトン波と同定されると思われる。しかしこうした弦理論側の古典的描写は ABJM 理論側の強結合領域に対応するので、両者の比較には、ABJM 側での摂動の全次数での解析が必要になる。これを直接的に実行することはできないが、系が可解であることを仮定すると、超対称性や共形不変性の要請からマグノンの散乱行列の強結合領域でも通用する厳密な形が予想できる。論文提出者は、これを利用することにより、マグノンの束縛状態同士の散乱の位相のずれという新しい量の計算を行った。

第4章が本論文の要であり、前章の最後で導出した位相のずれに対応する量を弦理論側で計算し比較を行っている。マグノンの束縛状態に対応する弦理論側の古典解はダイオニック・ジャイアントマグノン (DGM) 解として知られていたが、論文提出者はまず、二つの DGM ソリトンの散乱を記述するような新しい2ソリトン解を構成することに成功した。これは1ソリトン解からドレッシングと呼ばれる可解モデルの手法で得られるが、これを有用な形で遂行したことは非自明な成果であり、後に他のグループが N ソリトン解を構成した際の基礎になった。この2ソリトン解を用いると、若干の妥当な仮定のもとに、ソリトンの散乱によって生ずる位相のずれを計算することができる。そして、このずれとソリトンの伝播自体によって生ずる位相の変化とを併せた全位相変化という自然な物理量に対して、ABJM 理論で得られた結果と一致することを示した。この結果は相互作用を直接捉えるダイナミカルな量に対しても、対応が成立していることを強く示唆する新しい成果である。

第5章はまとめと将来の課題が述べられている。

以上のように、本論文は、ゲージ理論とM理論および弦理論の対応という、当該分野における現在の最重要課題に関して、従来研究されてきたスペクトル間の対応を超えたよりダイナミカルな物理量の比較を、高度な数理物理的な手法を駆使して新たに構成した弦理論の2体ソリトン解を用いて行ったものであり、博士学位論文にふさわしい内容を備えていると判断される。なお、本論文で得られている新しい結果は初田泰之氏との共同研究に基づくが、論文提出者が主体的に拘わり十分な寄与をしていることを確認した。よって審査員一同博士(理学)の学位を授与できると認める。