

論文審査の結果の要旨

氏名 杉山太香典

本論文は7章からなり、第1章は序論、第2章は量子論と量子推定に関する概説、第3章は数理統計学に関する概説、第4章はベル型の相関の検定に関する考察、第5章は量子トモグラフィに関する考察、第6章は適応的実験計画法による推定精度の改善に関する考察、第7章はまとめと結論、をそれぞれ記している。

本論文は、ベル型相関の検定、および、未知の量子状態を測定により推定するいわゆる量子トモグラフィに関する、申請者の研究をまとめたものである。従来は、サンプル数が無限大になるにつれて漸近する振る舞いをみる、いわゆる漸近評価が主に行われていた。しかし、漸近的に最良である推定法が、現実の有限のサンプル数においては、必ずしも最良では無い。そこで申請者は、サンプル数が有限のときの推定誤差を正確に評価し、その誤差を小さくする手法を提案している。その主要な結果は、以下のようなものである。

まず、ベル型相関の検定について、Clauser-Horne-Shimony-Holt(CHSH)不等式を用いた検定における期待損失と誤差確率の上限関数を導出した。ここで用いられた手法はCHSH不等式を用いた検定だけでなく、Witnessを利用した検定や文脈依存性におけるKlyachko-Can-Binicoglu-Shumovsky不等式を利用した検定等の、確率分布に関して線形な相関を利用する他の手法にも適用可能である。

次に、量子トモグラフィにおける推定誤差について、線形推定量に対する期待損失と誤差確率の上限関数を導出した。さらに、ノルム最小化推定量や最尤推定量と呼ばれる推定量がよく用いられるため、これらの期待損失と誤差確率の上限関数も導出した。特に、最尤推定量は実験で最もよく使われる推定量であるため、上限だけではなく、期待損失の振る舞い自体の評価を行った。このとき、最尤推定量では非線形なデータ処理が行われ、その推定誤差の振る舞いを厳密に解析することは困難であるため、ガウス分布近似と線形境界近似とよばれる2つの近似を用い、1量子ビット系の量子状態トモグラフィにおける推定誤差の近似式を理論的に導出した。ま

た、この近似式を用いた評価が漸近論を用いた評価よりも高精度であることを数値計算により示した。

最後に、適応的実験計画法による推定精度の改善について、1量子ビット系の量子状態推定に対して、平均分散最適基準と呼ばれる適応的実験計画法を適用し、射影測定を用いた場合に平均分散最適基準の解析解を導出した。この解析解を用いることにより、測定更新にかかる計算コストを大幅に削減することに成功した。また、平均分散最適基準を用いた場合と独立な実験計画法を用いた場合の期待損失を数値計算により比較し、平均分散最適基準の方が精度の高い推定結果を与えることを示した。この解析により、平均分散最適基準に基づいた適応的実験計画法を用いることで量子トモグラフィよりも推定誤差を小さくできることが示された。また、従来の適応的実験計画法よりも計算コストが低くかつ推定誤差が小さいことも示した。

これらの成果により、ベル型相関の検定と量子トモグラフィという2つの量子推定問題についての理解が深まった。よって本論文は、博士論文として十分な内容を持つものと審査委員全員が認めた。

なお、本論文は、村尾美緒氏、Peter S. Turner氏との共同研究であるが、論文提出者が主体になって分析及び検証を行ったもので、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

よって、博士（理学）の学位を授与できると認める。