論文の内容の要旨

Motivic Homology and Class Field Theory over p–adic Fields
(p–進数体の上モチフィックホモロジーと類体論)

ウズン メジト ケレム

本論文の目的は、p-進体k上の（必ずしもプロパーとは限らない）スムーズな多様体Uの基本群のアーベル化を、Uにk上良い還元をもつスムーズなコンパクト化が存在する場合に記述することである。プロパーな場合に用いられた群 SK_1は、モチフィックホモロジーにおきかえる。

先ずUがk上スムーズな多様体である場合, Ivorra [4]のℓ-進実現を用いてモチフィックホモロジーからコンパクト台つきエタールコホモロジーへの射

$$c^{i,j}_{U,n} : H^M_i(U, \mathbb{Z}/n(j)) \to H^{2d-i}_{\acute{e}t,c}(U, \mathbb{Z}/n(d-j)).$$

を構成する。

主に、$c^{-1,-1}_{X,n}$を調べたい。このとき、ターゲットはPoincaré双対性によって$\pi_1^{ab}(U)/n$と同一視され、ソースはX上の点と曲線から定まるあるデータを用いて記述できる [5]。Yamazaki [5]の結果によれば、この後者がSK_1のプロパーでない場合におけるよい代替のひとつである。このc$^{-1,-1}_{X,n}$を使って、相互写像を構成することができる。この相互写像の核と余核を調べることが本論文の目的である。Katoホモロジーの消滅に関するいくつかの結果 [1–3]を用いて次の定理を証明する。

主定理. kが$\mathbb{Q}_p$の有限状拡大であり、Uがk上のスムーズなd次元多様体であるとする。また、Uはあるスムーズでk上に良い還元をもつ射影多様体Xの開部分多様体となっていると仮定する。このとき、各自然数$n > 0$に対して

$$c^{-1,-1}_{U,n} : H^M_{-1}(U, \mathbb{Z}/n(-1)) \xrightarrow{\cong} H^{2d+1}_{\acute{e}t,c}(U, \mathbb{Z}/n(d+1)).$$

は標準的な同型を与える。

参考論文

[1] U. Jannsen and S. Saito, *Kato conjecture and motivic cohomology over finite fields.* http://arxiv.org/abs/0910.2815.

[2] U. Jannsen and S. Saito, *Kato homology of arithmetic schemes and higher class field theory over local fields.* Documenta Math. Extra Volume: Kazuya Kato's Fiftieth Birthday, 2003.

[3] M. Kerz and S. Saito, *Cohomological Hasse principle and motivic cohomology for arithmetic schemes.* Publ. Math. IHES 115, 2012.

[4] F. Ivorra, *Réalisation ℓ-adique des motifs triangulés géométriques I.* Doc. Math. 12, 2007.

[5] T. Yamazaki, *Brauer-Manin pairing, class field theory and motivic homology.* http://arxiv.org/pdf/1009.4026.