論文審査の結果の要旨

氏名　久本 智之

久本君の研究テーマは修士のころから一貫して, 複素多様体上の正則直線束やその巾から得られるベルグマン (Bergman) 核の研究とその代数幾何や微分幾何への応用です. 正則直線束およびその巾の切断の全体は自然に環になります. 以下 Section ring と言います. 多様体と直線束の (エルミート) 計量を指定すると, 切断の空間に L2 計量が入り, それに関する正規直交基底の絶対値の二乗和としてベルグマン核が定義されます. 直線束の各巾に対して同じ構成を行うことでベルグマン核の列が得られます. この列で巾をどんどん上げていったときの漸近挙動から直線束や多様体の不変量を取り出すことができます. 切断全体ではなく, Section ring の次数付き部分環に対しても同様な構成・考察ができますが, 部分環は様々な幾何学的な設定, 条件, 要請により自然に現れ, 適用できる範囲が格段に広がります.

久本君の学位論文の主要結果は二つあります. まず一般の次数付き部分環の大きさを表わす量である volume(体積), これは純粋に代数 (幾何) 的に定義される量ですが, これをベルグマン核の列の極限が定めるエルミート計量の曲率 (から得られる測度) の積分として表示しました. 次にこの結果を定スカラー曲率ケーラー計量の存在問題に応用しました. スカラー曲率とその平均値とのずれを計る, いわゆるカラビ汎関数というのがありまして, ドナルトソンはカラビ汎関数を二木不変量を用いて下から評価する不等式を示して、定スカラー曲率ケーラー計量が存在すればその偏極多様体が適当な意味で安定であることを示しました. その二木不変量にかかる係数は, これまたいわゆるテスト配置において, 切断の空間の C^* 作用に関する固有値の分布の様子から定まる代数的な量です. 久本君はこの係数が, テスト配置に付随したケーラー計量全体のなす空間内の測地線の接ベクトルの L2 ノルムに一致することを示しました. 一つのポイントはテスト配置が与えられると, 各固有値ごとに次数付き部分環が付随していて, 次数付き部分環の volume の変化の様子が, 固有値の分布の様子を記述しているということです. ここで前述の久本君の一般的な定理が力を発揮して, ドナルトソンの評価の幾何的（変分法的）な解釈を与えることに成功しました.

以上のように久本君の研究成果は, ベルグマン核の解析という基礎に基づいて、代数幾何や微分幾何への独創的な応用を与える優れたものであり, よって, 論文提出者 久本 智之君は, 博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める.