論文審査の結果の要旨

氏名 松本佳彦

この博士論文は部分可積分 CR 多様体に付随するアインシュタイン計量についての重要な研究結果を含んでいる．

CR 多様体は複素領域の境界の抽象化として導入された概念であり，これまで複素構造および CR 構造の可積分性の仮定のもとで詳しい解析が行われてきた．とくに重要な結果としては強擬凸複素領域には完備アインシュタイン・ケーラー計量がただ一つ存在するという Cheng–Yau の定理がある．一方，近年の放物型幾何学では CR 多様体はより弱い仮定である部分可積分性のもとで研究するのが自然であることが分かってきている．そこでこの博士論文では部分可積分性の仮定のもとで CR 多様体に付随する漸近的複素双曲 (ACH) アインシュタイン計量の構成を行った．アインシュタイン・ケーラー計量の構成はポテンシャル函数に対する単一の方程式に帰着されるが，ACH 計量ではアインシュタイン方程式とビアンキ恒等式をシステムとして解析する必要がある．この方程式系の摂動解析により，次の２つの結果を得ている：

(1) 滑らかな ACH アインシュタイン計量が存在するための必要十分条件は一つの対称２テンソル（障害テンソル）の消滅で与えられる．

(2) 対数的な特異性をもつ ACH アインシュタイン計量が常に存在する．

可積分 CR 多様体では障害テンソルが消えるため，付随する ACH アインシュタイン計量は常に滑らかであり，一般には前述の完備アインシュタイン・ケーラー計量とは異なることが分かる．先行する結果として Biquard 氏の函数解析的手法による ACH アインシュタイン計量の存在定理があるが，計量の完全な漸近展開と障害テンソルを決定している点で本論文はより精密であり，微分幾何への応用には必要不可欠な基本定理を与えている．

論文の後半では ACH アインシュタイン計量を用いた CR 多様体の不変量の構成を行っている．ACH 計量に対する散乱理論の帰結として無限遠境界である CR 多様体の大域的不変量である全 Q 曲率が定義される．特異性をもつ ACH アインシュタイン計量を用いる事により全 Q 曲率の CR 構造の変形に関する変分公式を障害テンソルを用いて記述している．これまでの可積分 CR 多様体の解析では全 Q 曲率が消えない例は知られておらず，また可積分な CR 構造の変形に関しては全 Q 曲率が不変であることが知られていた．部分可積分 CR 構造を考えることにより，初めて全 Q 曲率が非自明である例を与えることに成功した．

以上の結果は CR 幾何学の放物型幾何学としての研究に新しい視点を与えるものであり、今後の発展が多いに期待できる。よって論文提出者 松本佳彦は博士（数理科学）の学位を受けるにふさわしい充分な資格があると認める。