

## 論文の内容の要旨

論文題目 Discretization and ultradiscretization of differential equations preserving characters of their solutions

(微分方程式の解の特徴を保った離散化及び超離散化)

氏 名 松家 敬介

微分方程式の離散化及び超離散化を行った。離散化は微分方程式から、あるパラメータに関する極限で元の微分方程式が得られる差分方程式を得る操作である。本稿では半線形熱方程式及び半線形波動方程式の離散化の手法を一つ提案した。また、超離散化とは差分方程式に対して変数変換及び極限をとることで得られる加法と  $\max$  によって記述される方程式を得る操作である。超離散化を行って得られた方程式のうち、その解としてセルオートマトンを与えるものが知られている。離散化や超離散化して得られた方程式の解は元の微分方程式の解の性質を保存している場合がある。ソリトン方程式等の可積分な方程式に対してこういった離散化や超離散化が調べられてきたが、今回は可積分でない方程式に対して、離散化及び超離散化を行い、得られた差分方程式の解が元の微分方程式の解と類似した性質をもつことを示した。具体的には三つの偏微分方程式もしくは方程式系に対して離散化、超離散化を行い、得られた方程式もしくは方程式系を調べた。

一つ目は、非線形項がべき乗の形をした、爆発解をもつ半線形熱方程式である。この偏微分方程式の Dirichlet 問題に対して、初期条件を十分に小さく取ると解の爆発が起こらないことが知られている。この偏微分方程式を離散化することで得られた偏差分方程式に対して差分方程式にとっての解の爆発を定義し、元の偏微分方程式の Dirichlet 問題を考えたときに得られる結果と類似した結果が得られた。

二つ目は、非線形項がべき乗の形をした、爆発解をもつ半線形波動方程式である。この偏微分方程式が爆発解をもつ十分条件に関する結果が知られている。離散化して得られた偏差分方程式に対して爆発解を定義し、元の偏微分方程式と類似する結果が得られた。

三つ目は、Gray-Scott モデルと呼ばれる 2 種類の物質による反応拡散系である。この偏微分方程式系は方程式系に含まれるパラメータと初期条件を変えることで様々な空間パターンが得られる。この方程式系を離散化及び超離散化することで微分方程式に対して知られていた空間パターンの類似物を得た。特に超離散化して得られた方程式は、シェルピンスキーギャスケットを与えるエレメンタリーセルオートマトンのルール 90 を解にもつことが分かった。