論文審査の結果の要旨

氏名　金子雄太

プラズマの巨視的運動を記述するモデルである電磁流体力学(MHD)方程式は、その基本構造において流体力学のオイラー方程式と類似している。これらの方程式は、数学的に極めて難解な非線形偏微分方程式であり、一般的な条件下では解の存在すら証明されていない。その困難は、流れ場の渦度（あるいは磁場の渦度である電流密度）が局所的に増幅され発散する可能性があることによる。ただし 2 次元体系のオイラー方程式については正則な解の存在が証明されており、有限時間で渦度が発散することはない。上記のように MHD 方程式はオイラー方程式と類似性があるが、2 次元の MHD 方程式（簡略 MHD 方程式；以下 RMHD という）に関しては、オイラー方程式より強い非線形効果で局所的な電流密度の特異性が生じる可能性がある。RMHD を用いた様々な数値実験でも、局所化した強い電流シートが生成されることが知られており、これは太陽フレアなどの爆発的なプラズマ現象の原因として関心を集めている。本研究では、RMHD 方程式を正準ハミルトン形式に書くことで、その数学的構造を 2 次元のオイラー方程式と比較しやすくし、またその定式化に基づいた数値シミュレーション手法（シンプレクティック手法）を開発して高精度の数値実験を行い、解の挙動を調べている。さらに局所解析の手法を用いて特異性の芽となる局所構造を明らかにする試みを行っている。論文は七つの章で構成され、各章は以下の内容を記述している。

第 1 章は序論にあてられている。プラズマや中性流体のモデル、とりわけ RMHD における解の特異性の問題について、その数学的背景および物理的重要性について俯瞰している。また、有限次元のハミルトン力学系の枠組みを紹介し、次章で述べる無限次元ハミルトン力学系の理論への導入としている。

第 2 章では、無限次元におけるハミルトン力学系について解説している。流体やプラズマは無限の自由度をもつため、無限次元位相空間（関数空間）で定

式化される。プラズマの流体モデルが非正準のハミルトン力学系となることを述べ、また関連する流体モデルを整理している。

第３章では、非圧縮ベクトル場をクレプシュ変数で表現し、非正準ハミルトン力学系の部分系として正準ハミルトン力学系を導いている。これは、位相空間全体をポアッソン多様体と見たとき、その局所部分空間をシンプレクティック多様体として葉層化することに相当する。クレプシュ変数による正準形式は、2次元オイラー方程式では単一の表現しかないが、RMHDの場合は無限の表現が存在することを示している。

第４章では、数値計算に応用するために、正準ハミルトン方程式をフーリエ空間上の方程式に変換している。非線形項は座標空間へ逆変換して評価する擬スペクトル法を採用し、コード化を行っている。

第５章では、離散化した正準ハミルトン方程式を用いて行った数値実験について記述している。時間発展は４次精度のルンゲ・クッタ法を用いている。本章の前半では、主に数値解析プログラムのベンチマークについて述べている。先行研究の結果を再現することで、本研究で開発したプログラムコードが正しく動作することを確認している。RMHD の正準ハミルトン形式を用いた数値実験では、電流密度や渦度が指数関数的に変化することを示している。一方、正準変数には更に強い特異性があり、これらをかけあわせて物理量を構成するとき、特異性がキャンセルする傾向をもつことを発見している。散逸を加えて正準変数のバランスを崩すと、物理量の特異性が強まることを示している。この数値実験は、非線形系の特異性に迫る新しい観点を提示している。

第６章では、正準ハミルトン方程式を用いて、電流シートの構造に着目した局所解析を行ない、電流密度が有限時間で爆発する局所近似解を求めている。この近似解の挙動は数値実験で見られた局所的構造の形成を説明している。

第７章では、本論文における研究成果を結論としてまとめている。

以上を要するに、本論文は、プラズマの巨視的運動を記述する簡略 MHD モデルについて、電流シート形成などの特異的挙動を解析するために、正準ハミルトニアン形式を定式化し、理論および数値シミュレーションによって、解の挙動を厳密に解析したものである。この成果は、宇宙・天体現象の理解のための礎となるのみならず、核融合エネルギー開発研究におけるプラズマの制御技術にも応用できる知見を与えることから、先端エネルギー工学、特にプラズマ物理学に資するところが大きい。

なお、本論文の第３章および第６章の成果は、吉田善章氏との共同研究によるものであるが、論文提出者の寄与が十分であると判断する。

したがって、博士(科学)の学位を授与できると認める。

以上１９２０字